

Zur Temperaturmessung mit Platin-Widerstandsthermometern und Prema 5017 DMM

Stephan Messlinger

21. Februar 2013

Inhaltsverzeichnis

1. Elektrische Temperatursensoren	1
1.1. Platin-Widerstandsthermometer	1
2. Prema 5017 Digitalmultimeter	4
2.1. Messbereiche	4
2.2. Integrationszeit	4
2.3. Absolute Messgenauigkeit	5
2.4. Temperaturstabilität	7
2.5. Stabilität, Drift, Rauschen	7
2.6. Bekannte Probleme	8
3. Messfehlerbetrachtung	10
3.1. Gerätefehler	10
3.2. Widerstandsrauschen	10
3.3. Selbsterwärmung	11
3.4. Umgebungstemperatur	12
3.5. Leitungswiderstände	13
3.6. Thermospannungen	14
3.7. Gesamtfehler	17
4. Temperaturdifferenzmessung	19
4.1. Beliebige Widerstandsthermometer	19
4.2. Kalibrierte Sensorpaare	19
4.3. Gepaarte Widerstandsthermometer	21
4.4. Thermoelemente	22

1. Elektrische Temperatursensoren

Ein elektrischer Temperatursensor setzt die physikalische Größe Temperatur in eine elektrische Messgröße um. Dies kann z. B. durch Erzeugung einer temperaturabhängigen Spannung geschehen (Thermoelemente, Bandgap-Sensoren) oder durch Ausnutzung der temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands eines Materials (Thermistor, Widerstandsthermometer). Eine relativ neue Klasse von Sensoren nutzt die temperaturabhängigkeit von Materialparametern von Quarzkristallen aus, die sich in einer Verschiebung der Resonanzfrequenz von Oberflächenwellen äußert. Weitere Möglichkeiten sind die Messung der temperaturabhängigen Rauschspannung an elektrischen Widerständen oder die elektrooptische Messung von Intensität oder Spektrum der von einem Körper emittierten Wärmestrahlung.

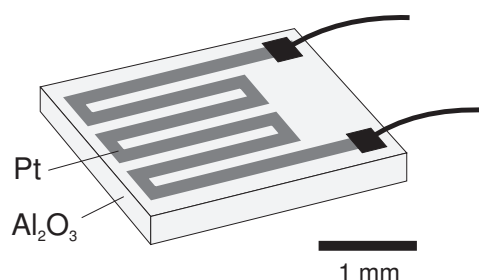


Abbildung 1: Platin-Widerstandsthermometer in Dünnschicht-Bauform (nicht maßstabsgetreu).

1.1. Platin-Widerstandsthermometer

Die zur Zeit genauesten und über die Zeit stabilsten Widerstandsthermometer verwenden Platin als Sensor-material. Hier muss prinzipiell zwischen zwei Typen unterschieden werden. *Standard Widerstandsthermometer* (*Standard Resistance Temperature Devices, SRTD*) bestehen aus hochreinem Platindraht, meist in Form einer frei aufgehängenen Wendel um mechanische Spannungen zu vermeiden. Die temperaturabhängige Widerstandskennlinie des reinen Platins wird von der heute gültigen Internationalen Temperaturskala ITS-90 zur Interpolation der Temperaturskala zwischen verschiedenen Fixpunkten verwendet (Preston-Thomas, 1990). Die Platin-Widerstandskennlinie wird von der ITS-90 mit einem Polynom 9. Ordnung für $T > 0^\circ\text{C}$, bzw. mit einem Polynom 12. Ordnung für in der logarithmierten Temperatur $T < 0^\circ\text{C}$ definiert. Außerdem werden Kalibrierfunktionen vorgeschrieben, mit denen die Abweichung realer Widerstandsthermometer von der idealen Kennlinie angegeben werden kann. SRTD werden mit Anfangsgenauigkeiten von wenigen mK und Langzeitstabilitäten in derselben Größenordnung angeboten. Sie besitzen meist sehr niedrige elektrische Widerstände $\leq 25\ \Omega$ bei 0°C , sind relativ teuer (mehrere tausend Euro) und deutlich zu groß für unsere aktuellen experimentellen Aufbauten.

Industrielle Platin-Widerstandsthermometer (*Industrial Resistance Temperature Devices, IRTD*) besitzen eine von der internationalen Norm IEC 60751 definierte Kennlinie. Diese weicht deutlich von derjenigen des reinen Platins ab und wird von den Herstellern durch gezielte Legierung des Platins erzeugt. Die preisgüns-

tigste und gleichzeitig kleinste Bauform von IRTD sind *Dünnschicht-Widerstände*. Die Widerstandswendel ist hier aus einer Platinschicht von einigen Nanometern Dicke auf einem Keramiksubstrat herausgeätzt (Abb. 1).

Die IEC 60751 definiert die Temperaturkennlinie eines IRTD als¹

$$\frac{R}{R_0} = \begin{cases} 1 + aT + bT^2, & T \geq 0^\circ\text{C} \\ 1 + aT + bT^2 + cT^3 (T - 100^\circ\text{C}), & T < 0^\circ\text{C} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a &= 3.9083 \times 10^{-3} (^\circ\text{C})^{-1} \\ b &= -5.775 \times 10^{-7} (^\circ\text{C})^{-2} \\ c &= -4.183 \times 10^{-12} (^\circ\text{C})^{-4} \end{aligned} \quad (1)$$

Dabei ist T die Temperatur in $^\circ\text{C}$ und R_0 der Nennwiderstand des Sensors bei $T = 0^\circ\text{C}$. Serienmäßig erhältliche Nennwiderstände sind 100, 500 und 1000 Ω , teilweise werden auch 2000 und selten 10 k Ω angeboten. Die Sensoren werden dann entsprechend als Pt100, Pt500, usw. bezeichnet. Für einfache Anwendungen wird statt Gl. (1) häufig die Sekante der Widerstandskennlinie im Bereich 0...100 $^\circ\text{C}$ verwendet:

$$\begin{aligned} \frac{R}{R_0} &= 1 + \alpha T \\ \alpha &= 3.85055 \times 10^{-3} ^\circ\text{C}^{-1} \end{aligned} \quad (2)$$

Die Steigung α der Sekante der Widerstandskennlinie wird häufig auch als T_k -Wert bezeichnet.

Die IEC 60751 definiert weiterhin mehrere Genauigkeitsklassen mit maximalen Abweichungen zum idealen Widerstandsverlauf (Tab. 5). Der Gültigkeitsbereich der Genauigkeitsklassen ist dabei für Schichtwiderstände aufgrund der thermischen Ausdehnung des Substrats etwas stärker eingeschränkt als für Drahtwiderstände. Die erlaubte Abweichung nimmt ausgehend vom Bezugswert $T_0 = 0^\circ\text{C}$ linear mit dem Betrag $|T - 0^\circ\text{C}|$ zu. Der lineare Anteil übersteigt ab $|T - 0^\circ\text{C}| \approx 60^\circ\text{C}$ die konstante Grundabweichung. Aus den für die Genauigkeitsklassen definierten erlaubten Abweichung lassen sich ungefähre Werte für die relative Genauigkeit der Parameter R_0 und a der Widerstandskennlinie abschätzen:

$$\delta T = \frac{1}{a} \frac{\delta R_0}{R_0} + \frac{\delta a}{a} |T - 0^\circ\text{C}| \quad (3)$$

Die Langzeitstabilität der IRTD wird von IEC 60751 leider nicht gesondert spezifiziert. Typische Drifts liegen bei Raumtemperatur unterhalb $\delta T < 10$ mK innerhalb mehrerer Jahre, nehmen für Temperaturen oberhalb 200 $^\circ\text{C}$ jedoch schnell zu.

Im Bereich $T > 0^\circ\text{C}$ läßt sich Gl. (1) analytisch umkehren:

$$T = A \left[1 - \sqrt{1 - B(W - 1)} \right] \quad (4)$$

$$W = R/R_0. \quad (5)$$

¹Gl. (1), die sog. *Callendar-VanDusen Gleichung* (kein Witz!) diente bis 1968 zur Definition der Temperaturskala im Bereich -182.79...630.5 $^\circ\text{C}$ (Stimson, 1949; Callendar, 1887; VanDusen, 1925). Die Koeffizienten waren dabei für jedes Widerstandsthermometer aus den Temperaturfixpunkten zu bestimmen.

Tabelle 1: Koeffizienten für Gl. (10) und erzielbare Genauigkeiten bis 3. Ordnung.

N	$C_k (^\circ\text{C})$	Max. Abw.	im Bereich
0		< 2.5 mK < 20 mK < 0.6 K < 2.5 K	$> -20^\circ\text{C}$ $> -50^\circ\text{C}$ $> -100^\circ\text{C}$ $> -200^\circ\text{C}$
1	$C_1 = -1.60507$	< 2 mK < 50 mK < 0.2 K	$> -20^\circ\text{C}$ $> -100^\circ\text{C}$ $> -200^\circ\text{C}$
2	$C_1 = -1.35296$ $C_2 = 0.369953$	< 5 mK < 20 mK < 30 mK	$> -100^\circ\text{C}$ $> -196^\circ\text{C}$ $> -200^\circ\text{C}$
3	$C_1 = -1.24595$ $C_2 = 0.728862$ $C_3 = 0.288407$	< 0.25 mK < 1 mK < 2 mK	$> -100^\circ\text{C}$ $> -196^\circ\text{C}$ $> -200^\circ\text{C}$

mit

$$A = -\frac{a}{2b} \approx 3383.8095^\circ\text{C} \quad (6)$$

$$B = -\frac{4b}{a^2} \approx 0.15122939 \quad (7)$$

Für $T < 0^\circ\text{C}$ werden häufig iterative numerische Umkehrungen verwendet, z. B. mit der Newton-Raphson-Methode (Press et al., 2007, Kap. 9.4):

$$T_1 = \frac{W - 1}{a} \quad (8)$$

$$T_{i+1} = T_i - \frac{1 + aT_i + bT_i^2 + cT_i^3(T_i - 100^\circ\text{C}) - W}{a + 2bT_i - 300cT_i^2 + 4cT_i^3} \quad (9)$$

Diese Iterationsformel konvergiert im gesamten Gültigkeitsbereich in 5 Schritten auf 64-bit Fließkommagenauigkeit. Der rechnerische Aufwand einer numerischen Umkehrung ist für die meisten Anwendungen nicht wirklich gerechtfertigt. Zunächst weicht die Fortsetzung von Gl. (4) in den negativen Temperaturbereich nur wenig vom definierten Verlauf nach Gl. (1) ab. Für $T > -75^\circ\text{C}$ liegt die Abweichung immer noch innerhalb der 1/10 B-Spezifikation (Tab. 5). Mit einer einfachen polynomischen Korrektur läßt sich bereits eine ausreichend genaue Näherung im gesamten Gültigkeitsbereich erzielen, z. B. durch

$$T = A \left[1 - \sqrt{1 - B(W - 1)} \right] + \left[\sum_{k=1}^N C_k (W - 1)^k \right]^3 \quad (10)$$

Vorschläge für Koeffizienten C_k und damit erzielbare Genauigkeiten sind in Tab. 1 zusammengestellt.

Ebenfalls nützlich ist eine rein polynomische Näherung für den gesamten Temperaturbereich (z. B. für die Berechnung auf Microcontroller-Plattformen ohne

Mathematikbibliothek):

$$T = \sum_1^N D_k (W - 1)^k \quad (11)$$

Mit

$T > 0$	$T < 0$
<hr/>	
$D_1 = 255.843$	
$D_2 = 9.7675$	$D_2 = 9.32518$
$D_3 = 0.60903$	$D_3 = 2.54069$
$D_4 = 0.12865$	$D_4 = 2.04094$

(D_k in °C) kann damit die Kennlinie mit einer maximalen Abweichung von $\delta T < 2 \text{ mK}$ im Bereich $T = -196 \dots 550^\circ\text{C}$ angenähert werden.

2. Prema 5017 Digitalmultimeter

Das Prema 5017 Digitalmultimeter ist einer der letzten Typen einer Reihe von Multimetern die bis Ende der 1990er Jahre von der Firma Prema Semiconductor GmbH, Mainz entwickelt wurden. Die Geräte sind heute leider nur noch gebraucht erhältlich (aktueller Marktpreis 300-400 EUR). Prema stellt heute keine Messgeräte mehr her, bietet jedoch noch einen Reparatur- und Kalibrier-Service an.² Die Stabilität des Prema 5017 DMM wird bis heute nur von wenigen Geräten übertroffen.³ (Spezielle für die Präzisions-Widerstandsmessung optimierte Geräte besitzen allerdings noch eine deutlich höhere Genauigkeit.⁴) Nicht mehr zeitgemäß ist allerdings der nur manuell durchführbare Offsetabgleich, für den zudem die Eingänge kurzgeschlossen werden müssen. Aktuellere Geräte machen das automatisch. Bei der weiteren Beschreibung beschränke ich mich auf die für die Widerstandsmessung interessanten Spezifikationen, die anderen Messmodi sind ausführlich im Handbuch beschrieben.⁵

Das 5017 DMM besitzt einen Anzeigeumfang von $7\frac{1}{2}$ Stellen. Genauer: 8 Dezimalstellen, wobei die führende Stelle auf den Bereich $0 \dots 3$ beschränkt ist. (Die letzte Dezimalstelle ist allerdings nicht voll aufgelöst). Das entspricht einer binären Auflösung von 24 bit. Das Gerät misst den Widerstand eines elektrischen Zweipols über den Spannungsabfall bei Betrieb an einer internen Konstantstromquelle. Zur Vermeidung von systematischen Messfehlern durch Serienwiderstände in den Anschlusskabeln kann die 4-Draht-Technik angewendet werden, dazu sind am Gerät getrennte Anschlüsse für Anregungsstrom und Spannungsmessung vorhanden (vergl. auch Kap. 3.5).

2.1. Messbereiche

Wie später in Abschnitt 3.3 beschrieben, sollte ein hoch-ohmiger Temperatursensor verwendet werden um die Selbsterwärmung gering zu halten. Außerdem ist zu beachten, dass die Stromstärke des Speisestroms nicht unabhängig gewählt werden kann, sondern für jeden Messbereich fest vorgegeben ist. In Tab. 9 sind für verschiedene Kombinationen von Sensor und Messbereich die zu erwartenden Selbsterwärmungen zusammengestellt. Für einen Pt100 überwiegt der Fehler durch Selbsterwärmung bereits deutlich die spezifizierte Messgerätegenauigkeit (vergl. Tab. 6) und ebenfalls die Genauigkeit eines mit 0.03 K (1/10 B) spezifizierten Sensors. Für genaue Messungen empfehle ich daher grundsätzlich Pt1000 Sensoren im Meßbereich 3 k Ω zu verwenden, ins-

besondere wenn der Sensor auf einem schlecht leitenden Material angebracht ist (z. B. auf Glas).

Das Prema DMM besitzt auch einen speziellen Messmodus für Platin-Temperatursensoren, in dem der Widerstandsmesswert direkt nach Gl. (1) in eine Temperatur umgerechnet wird. Nachteilig ist, dass der Widerstandsmessbereich in diesem Modus automatisch durch Wahl eines Temperatursensors vorgegeben wird. Außerdem ist die Auflösung im Vergleich zur Widerstandsmessung leicht verringert. Bei computergesteuerten Messungen rate ich von der Verwendung dieses Modus ab.

2.2. Integrationszeit

Tabelle 2: RMS Rauschsignal für verschiedene analoge Integrationszeiten gegenüber nachträglicher gleitender Mittelung eines Datensatzes mit $T_{\text{int}} = 2$ s. Messbereich R3 (30 k Ω). Die angegebenen Temperaturwerte gelten für Messung mit einem Pt1000 Temperatursensor. Vergl. auch Abb. 2

Integr. zeit $T_{\text{int}}(\text{s})$	RMS Rauschsignal			
	Analoge Integr. (m Ω)	(mK)	Dig. Integr. (m Ω)	(mK)
2	13.68	3.6	13.68	3.6
4	9.22	2.4	9.86	2.6
10	6.11	1.6	6.10	1.6
20	4.63	1.2	4.32	1.1
40	3.72	0.97	3.19	0.83
100	2.68	0.70	2.32	0.60

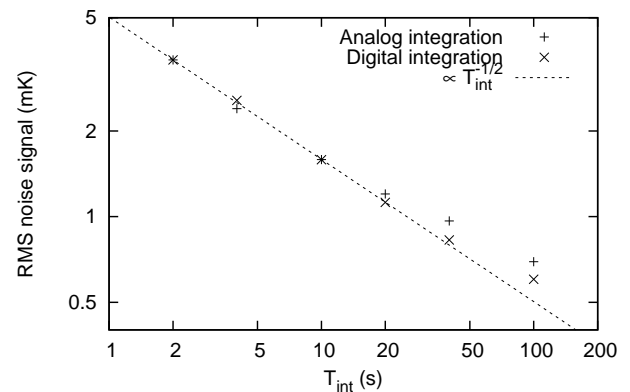


Abbildung 2: RMS Rauschsignal für verschiedene analoge Integrationszeiten (+). Entsprechende gleitende Mittelung einer Datenreihe mit $T_{\text{int}} = 2$ s (\times). Messbereich R3 (30 k Ω) bei Verwendung eines Pt1000 Temperatursensors. Vergl. auch Tab. 2

Die Integrationszeit T_{int} des A/D-Wandlers ist einstellbar in Stufen zwischen 10 ms bis 100 s. Die höchste Auflösung von $7\frac{1}{2}$ Dezimalstellen steht erst ab $T_{\text{int}} \geq 2$ s zur Verfügung. Eine weitere Erhöhung der Integrationszeit ist nicht unbedingt sinnvoll: Die Genauigkeit der Messung wird dadurch nicht erhöht, es verringert

²Prema Semiconductor GmbH, Messgeräteservice Herr. W. Stricker, Robert-Bosch-Str. 6, 55129 Mainz, Tel. 06131-5062-628

³Vergleichbare Genauigkeit: Keithley Model 2001 DMM, 4 kEUR
10 \times genauer: Fluke 8508A Reference Multimeter, 10 kEUR.

⁴z. B. Fluke 1595A Super-Thermometer, 20 kEUR

⁵Eine gescannte Version des Handbuchs gibt es online unter http://www.staff.uni-bayreuth.de/~btp918/cmt2007/geraete/prema_5017_dmm

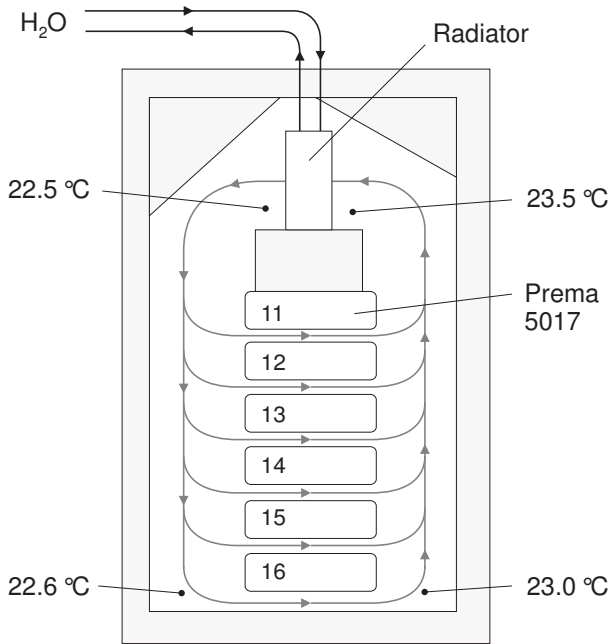


Abbildung 3: Temperaturstabilisierter Messgeräteschrank für 6 Prema 5017 DMM. Absolute Genauigkeit und Stabilität der Temperaturangaben $\pm 0.1^\circ\text{C}$.

sich lediglich die statistische Streuung der Messwerte (d. h. das Rauschen). Der gleiche Effekt kann flexibler auch durch eine nachträgliche Mittelung erzielt werden (Tab. 2, Abb. 2). Das Gerät besitzt auch die Möglichkeit, direkt intern eine gleitende Mittelung der Daten durchzuführen (Option F1), wobei jedoch kein Integrationsintervall spezifiziert wird. Für computergesteuerte Messungen rate ich von der Verwendung dieser Option ab (vergl. auch Kap. 2.6).

2.3. Absolute Messgenauigkeit

Das Prema 5017 Handbuch gibt für die Messgenauigkeit des Gerätes zwei Grenzwerte an: Stabilität (24 h) und Fehlergrenzen (1 Jahr), die sich für jeden Messbereich jeweils aus einem konstanten Fehler (% der max. Anz.) und einem relativen Fehler (% der Anzeige) zusammensetzen. In Tab. 6 sind die entsprechenden Werte für die Widerstandsmessung an Pt100/Pt1000 Sensoren zusammengestellt. Wie die genauere Untersuchung zeigt, entspricht die 24-Stunden Stabilität der maximalen Streuung der Messwerte während eines Tages. Die 1-Jahres Spezifikation ist die von Prema für 1 Jahr nach einem Abgleich garantierte absolute Genauigkeit. Alle Angaben beziehen sich außerdem auf eine Umgebungstemperatur von $(23 \pm 1)^\circ\text{C}$. Außerhalb dieses Temperaturbereichs ist noch eine zusätzliche temperaturabhängige Abweichung zu berücksichtigen (Temperaturkoeffizient).

Abgleich und Kalibrierung eines Gerätes durch den Prema Kalibrierservice kosten derzeit etwa 250 EUR. Da es zudem unangenehm ist, jedes Gerät pro Jahr einmal aus einem laufenden Experiment auszubauen und zu verschicken, lohnt sich eine genauere Untersu-

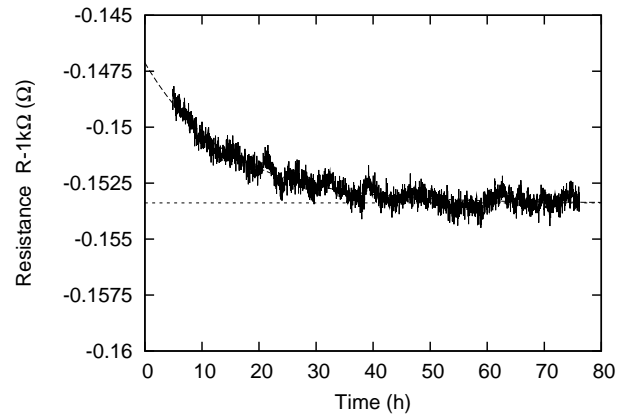


Abbildung 4: Temperaturdrift Vishay SM3RD nach einlöten bei $T = 300^\circ\text{C}$. Gerät 11, Messbereich R3, Integrationszeit 2 s mit anschließender Mittelung über 40 s. Der Messwert relaxiert mit einer Zeitkonstante $\tau = 14.27\text{ h}$ gegen einen stationären Wert.

chung der Messgenauigkeit unabhängig vom formalen Kalibrieralter.

Im aktuellen Konvektionsaufbau sind 6 Prema 5017 DMM vorhanden, die alle kein gültiges Kalibrierzertifikat mehr besitzen (Tab. 12). Zusätzlich steht noch ein weiteres geliehenes Prema 5017 mit gerade noch gültiger Kalibrierung (11 Monate), sowie ein wiederum unkalibriertes Agilent 35510A DMM zur Verfügung. Alle Messgeräte werden in einem Temperierschrank auf einer Temperatur von $(23 \pm 0.5)^\circ\text{C}$ (Stabilität $\pm 0.1^\circ\text{C}$) gehalten (Abb. 3). Nachträglich (ca. 6 Monate später) wurde noch eine Messung mit einem kalibrierten Keithley 2701 DMM hinzugefügt. Als Widerstandsreferenz verwende ich eine Burster 1407 Widerstandsdekade, sowie einen Vishay SM3RD Präzisionswiderstand. Dieser besitzt eine besonders niedrige Temperaturabhängigkeit von $(< 2\text{ ppm/K})$ im Bereich $-50..125^\circ\text{C}$, bzw. $(< 0.8\text{ ppm/K})$ im Bereich $0..50^\circ\text{C}$ (Tab. 13). Tatsächlich zeigt die Temperaturabhängigkeit des Widerstands im Bereich der Raumtemperatur ein Maximum und damit formal einen verschwindenden Temperaturkoeffizienten. Es ist aber nicht angegeben wie genau die Position des Maximums eingehalten wird. Eine Messung des Widerstands unter Temperaturvariation ergibt einen Temperaturkoeffizienten von -0.4 ppm/K bei 25°C (vergl. Kap. 2.5). Beide Widerstände werden unabhängig von den Messgeräten in einem weiteren Temperierschrank auf $(25 \pm 0.1)^\circ\text{C}$ gehalten und in 4-Draht-Schaltung an die Multimeter angeschlossen. Der Fehler durch Selbsterwärmung (bei einer elektrischen Leistung von 1 mW) sowie die Schwankung des Widerstandswerts durch die Umgebungstemperatur liegen damit unterhalb $1\text{ m}\Omega$.

Der Vishay-SM3RD besitzt eine SMD-Bauform und musste zunächst mit passenden Anschlüssen versehen werden. Nach dem Löten bei 300°C zeigt der Widerstand zunächst einen langsamen Drift und relaxiert schließlich mit einer Zeitkonstante von 14 h gegen einen auf der hier beobachteten Zeitskala stabilen Endwert (Abb. 4).

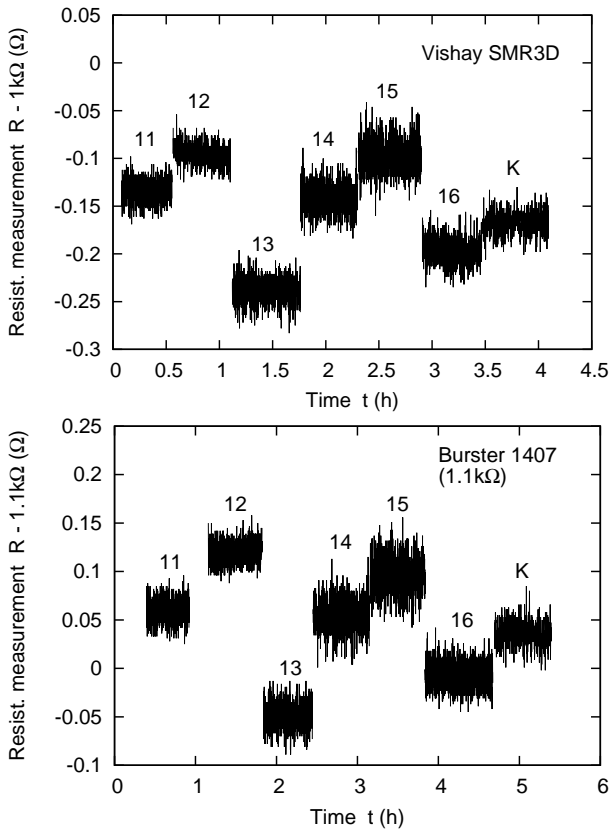


Abbildung 5: Widerstandsmessungen an Referenzwiderständen Vishay SM3RD (1 kΩ), und Burster 1407 (1.1 kΩ), Messbereich R3, $T_{\text{int}} = 2$ s.

Der Widerstandswert zeigt jedoch immer noch einen Drift auf einer Zeitskala von einigen Monaten (vergl. Kap. 2.5).

Die Referenzwiderstände werden zunächst jeweils im genauesten verfügbaren Messbereich (Prema: 3 kΩ (R2), Agilent: 1 kΩ) mit Integrationszeit $T_{\text{int}} = 2$ s gemessen, anschließend noch einmal im Messbereich R3 (Abb. 6,5). Die jeweils über > 20 min gemittelten Anzeigewerte sind in Tab. 14 zusammengestellt.

Die Abweichungen der Messwerte untereinander liegen in der Größenordnung der für das Premia DMM spezifizierten 1-Jahres-Genauigkeit des DMM (R2: 40 mΩ, R3: 150 mΩ). Die Abweichung der Widerstandsmesswerte des kalibrierten Gerätes von den Nennwerten der Widerstände liegt innerhalb deren spezifizierter Genauigkeit. Da die verfügbaren Referenzwiderstände nicht genauer spezifiziert sind als die Messgeräte, kann über die absolute Genauigkeit keine weitere Aussage getroffen werden. Allerdings ist die Stabilität der Referenzwiderstände deutlich besser als die beobachteten Abweichungen der Geräte untereinander. Im Bereich der Widerstandsennwerte können die relativen Abweichungen der Geräte daher durch Anpassung untereinander verbessert werden. Insbesondere können die Geräte mit abgelaufenem Kalibrierzertifikat durch Anpassung an Gerät K formal auf die spezifizierte 1-Jahres-Genauigkeit kalibriert werden.

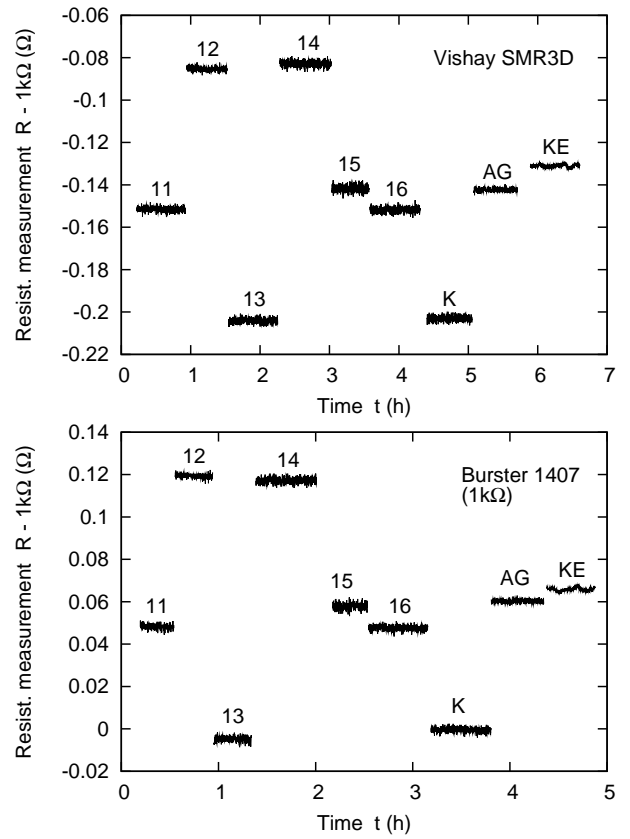


Abbildung 6: Widerstandsmessungen an Referenzwiderständen Vishay SM3RD (1 kΩ), und Burster 1407 (1 kΩ), Messbereich R2, $T_{\text{int}} = 2$ s.

Zur internen Offsetkorrektur verwendet des Premia 5017 einen einzelnen Messwert des aktuellen Messbereichs (bei kurzgeschlossenen Eingangsbuchsen). Prinzipiell ist der Offsetfehler dadurch mindestens gleich dem Fehler durch Rauschen einer Einzelmessung (24 h-Spezifikation). Ist eine relative Anpassung mit höherer Genauigkeit erwünscht, muß mit mindestens zwei Messungen eine lineare Abweichung angepasst werden. Für die hier diskutierte Anwendung bietet sich dazu z. B. die Verwendung der Burster-Widerstandsdekade mit 1 kΩ und 1.1 kΩ an, dies entspricht einem Pt1000-Sensor im Temperaturbereich 0..25 °C.

Mit dieser Methode kann auch die absolute Genauigkeit des Messbereichs R3 erhöht werden. Da allerdings das Rauschsignal im Messbereich R3 bereits in der Größenordnung der auszugleichenden Abweichungen liegt, müssen die Kalibrierpunkte hierfür über eine längere Zeit (> 30 min) gemittelt werden.

Zur Kalibrierung der Messgeräte wird folgendermaßen vorgegangen:

- Alle Messgeräte ausschalten, einschalten
- 2 Stunden Aufwärmzeit abwarten, währenddessen die Multimeter kontinuierlich auslesen und Stabilität überprüfen.
- Offsetabgleich Referenzmultimeter

- Messung Referenzwiderstände 1 k Ω , 1.1 k Ω mit Referenzmultimeter (Gerät K, Messbereich R2) über 30 min gemittelt: R_1^{ref} , $R_{1.1}^{\text{ref}}$
- Messung Referenzwiderstände 1 k Ω , 1.1 k Ω mit anzupassendem Multimeter, Messbereich R3 über 30 min gemittelt: R_1 , $R_{1.1}$

Die lineare Anpassung der Messwerte erfolgt dann durch

$$R^{\text{cal}} = k_0 + k_1 R \quad (12)$$

$$k_0 = \frac{R_{1.1} R_1^{\text{ref}} - R_1 R_{1.1}^{\text{ref}}}{R_{1.1} - R_1} \quad (13)$$

$$k_1 = \frac{R_{1.1}^{\text{ref}} - R_1^{\text{ref}}}{R_{1.1} - R_1} \quad (14)$$

Der Offset der Multimeter wird bei der Anpassung mit berücksichtigt. *Nach der Anpassung darf daher kein Offsetabgleich mehr vorgenommen werden.*

Die für die Messgeräte 11-16 ermittelten Anpassungsparameter sind mit in Tab. 14 eingetragen. Gerät 12 zeigt eine vergleichsweise starke Abweichung und sollte bis auf weiteres nicht für wichtige Messungen verwendet werden.

2.4. Temperaturstabilität

Das Prema 5017 Handbuch gibt nur für den Bereich $|T - 23^\circ\text{C}| > 5^\circ\text{C}$ Temperaturkoeffizienten für die Messwerte an. Allerdings existiert auch innerhalb des Gültigkeitsintervalls der Kalibrierung eine Temperaturabhängigkeit. Diese wurde durch eine Variation der Temperatur im Messgeräteschrank zwischen 21 und 25 $^\circ\text{C}$ bestimmt. Die Messung zeigt einen linearen Temperaturkoeffizienten von $\Delta R/\Delta T = 14.2\text{ m}\Omega/\text{K}$ für den Messbereich R3 (Abb. 7) und $\Delta R/\Delta T = 2.29\text{ m}\Omega/\text{K}$ für den Messbereich R2 (keine Abb.)

Die Raumtemperatur im Konvektionslabor ist innerhalb eines Tages nur auf $\pm 1.5^\circ\text{C}$ stabil. Bei frei stehenden Messgeräten erzeugt dies eine Schwankung der Temperaturmesswerte von $\pm 5\text{ mK}$ (Messbereich R3). Für stabilere Temperaturmessungen sollten die Messgeräte daher prinzipiell in einem temperierten Schrank betrieben werden.

2.5. Stabilität, Drift, Rauschen

Neben der absoluten Messgenauigkeit sind noch weitere Messfehler zu berücksichtigen, die die Stabilität des Messwertes begrenzen: Statistische Signale (Rauschen) sowie monotone Abweichungen (Drift) aufgrund permanenter Änderungen von elektronischen Bauteilen. Im Gegensatz zu einer Drift können rein statistische Signale durch ausreichende Mittelung erniedrigt werden und begrenzen die Messgenauigkeit daher nicht prinzipiell.

Abb. 8 zeigt etwa 2-tägige Ausschnitte von Messungen des Vishay SMR3D-Referenzwiderstandes in den Messbereichen R2 und R3 mit Integrationszeit 2 s. Eine Drift

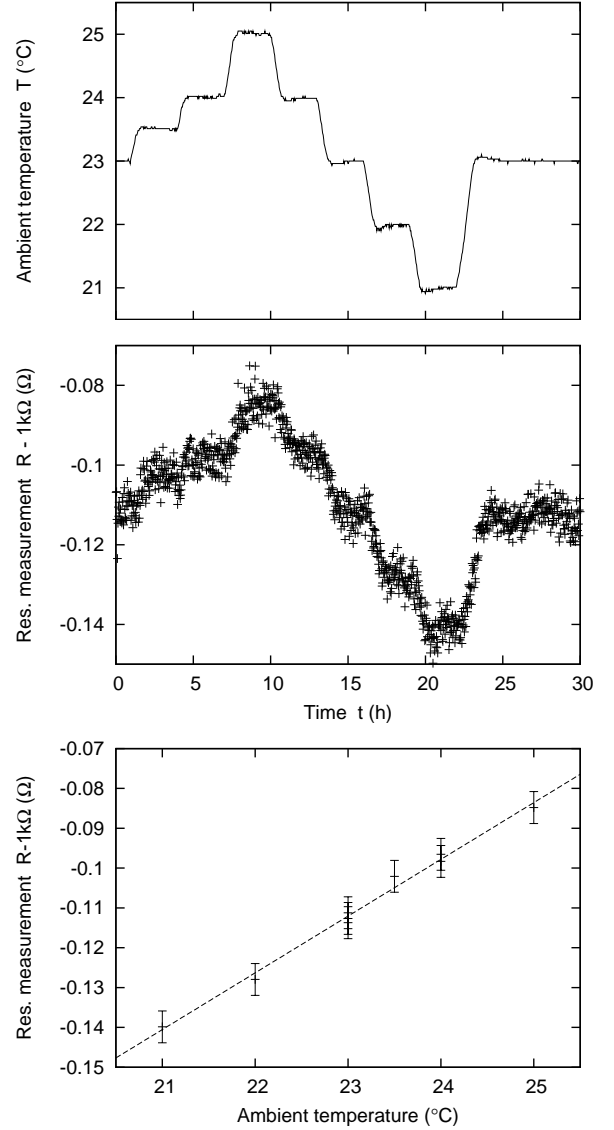


Abbildung 7: Änderung des Widerstandmesswertes bei Variation der Lufttemperatur im Messgeräteschrank. Prema 16, Messbereich R3. $T_{\text{int}} = 2\text{ s}$ mit nachträglicher Mittelung über 40 s. Die lineare Anpassung liefert einen Temperaturkoeffizienten von $14.2\text{ m}\Omega/\text{K}$

ist im dargestellten Zeitraum nicht sichtbar. Die Standardabweichung vom Mittelwert (RMS) ist ca. $12\text{ m}\Omega$ (R3) bzw. $1.1\text{ m}\Omega$ (R2). Die maximale Abweichung beträgt $50\text{ m}\Omega$ (R3) bzw. $4\text{ m}\Omega$ (R2), was etwa der im Handbuch spezifizierten 24h-Stabilität entspricht. Bei Erhöhung der Integrationszeit nimmt die Standardabweichung etwa mit der Wurzel der Integrationszeit ab, wobei der gleiche Effekt auch durch nachträgliche Mittelung der Daten erzielt werden kann (Tab. 2, Abb. 2). Die nachträglich über 100 s gemittelten Messreihen sind ebenfalls in Abb. 8 dargestellt. Die Abweichung vom Mittelwert reduziert sich durch die Mittelung um einen Faktor $\sqrt{50} \approx 7$ auf einen RMS von ca. $2\text{ m}\Omega$ (R3) bzw. $0.2\text{ m}\Omega$ (R2) und eine maximale Abweichung von $6\text{ m}\Omega$ (R3) bzw. $0.8\text{ m}\Omega$ (R2).

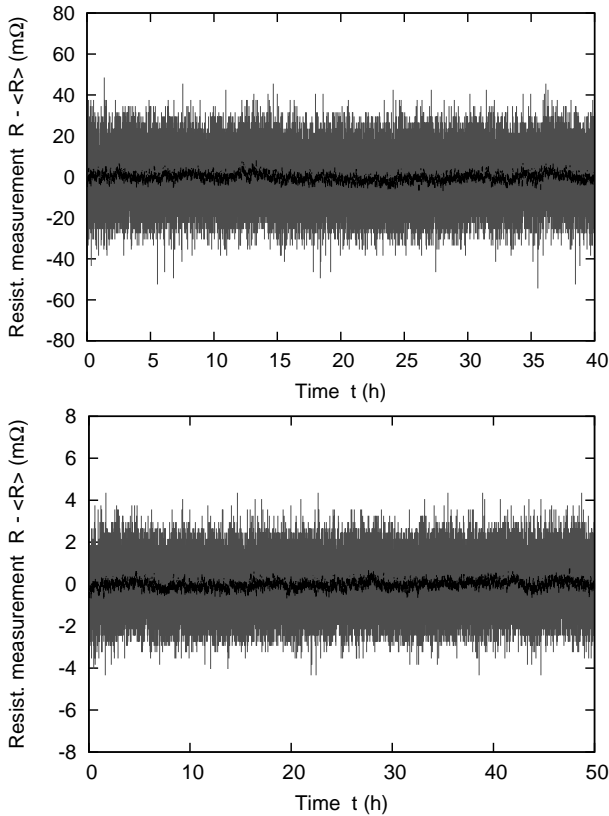


Abbildung 8: Stabilität der Widerstandsmessung am Referenzwiderstand Vishay SMR3D über 40 Stunden. Prema 11, Messbereich R3 (oben), Messbereich R2 (unten), $T_{\text{int}} = 2\text{ s}$. Gleitender Mittelwert über 100 s. Die Skala entspricht auch einer relativen Abweichung in ppm.

Die Rauschleistung dürfte hauptsächlich von der im Prema 5017 verbauten Referenzspannungsquelle vom Typ LM399 bestimmt sein. Das Datenblatt⁶ dieses Types gibt für den Frequenzbereich $< 1\text{ Hz}$ eine relative RMS-Rauschleistung vom 1 ppm an.

Abb. 9 zeigt Messungen des Vishay SMR3D-Referenzwiderstandes über mehrere Monate mit demselben Messgerät. Dargestellt ist jeweils die Abweichung des Messwerts vom Anfangswert, der über die ersten 20 h der Messung gemittelt wurde. Zwischen den Messabschnitten wurde das Gerät mehrmals ausgeschaltet sowie der Messbereich geändert, jedoch keine neue Offsetkorrektur durchgeführt.

Die Messung im Messbereich R3 zeigt keine Auffälligkeiten. Die maximale Abweichung vom Anfangswert ist gegenüber der Messung in Abb. 8 um etwa $1/3$ erhöht, der RMS der Abweichung ist unverändert. Eine Drift ist mit bloßem Auge im Vergleich zum Rauschen nicht erkennbar. Im Messbereich R3 zeigt sich dagegen eine deutliche Drift von $\Delta R/\Delta t = 0.078\text{ m}\Omega/\text{Tag} = 30\text{ ppm/Jahr}$. Die Drift ist sowohl durch die spezifizierte Langzeitstabilität des SMR3D-Referenzwiderstandes ($50\text{ ppm}/2000\text{ h}$) als auch durch den 1-Jahres Fehler des

Prema 5017 gedeckt (40 ppm/Jahr). Nach der Diskussion in Kap. 3.1 unten sollte eine Drift des Messgeräts im Messbereich R2 um einen Faktor 10 verstärkt auch im Messbereich R3 sichtbar sein. Dies deutet also auf eine Drift der Widerstände hin. Andererseits könnte die Drift auch von einem internen Referenzwiderstand des Messgeräts erzeugt werden, der, je nach interner Beschaltung im Messbereich R2 möglicherweise auch dem 10-fach höheren Anregungsstrom ausgesetzt ist. Eine Unterscheidung der beiden Abhängigkeiten wäre z. B. durch eine abwechselnde Messung des Widerstandes mit zwei Messgeräten möglich. Nach Kompensation der Drift entsprechen RMS und maximale Abweichung den Werten der 40-Stunden Messung in Abb. 8. Die Werte sind zusammen mit den entsprechenden Temperaturmesswerten in Tab. 7 eingetragen.

Im Messbereich R2 wurde die Temperatur des Referenzwiderstands bei $t = 43.3\text{ h}$ und $t = 54.2\text{ h}$ jeweils um 2°C erhöht. Nach Kompensation der Drift ergibt sich daraus ein Temperaturkoeffizient des Widerstands von $\Delta R/R = -0.4\text{ m}\Omega/\text{K}$. Eine Temperaturschwankung kann als Ursache für die Drift daher ausgeschlossen werden.

2.6. Bekannte Probleme

2.6.1. Totaldefekt

Im Mittel fallen von den 22 am Lehrstuhl vorhandenen Prema 5017 DMM jedes Jahr 2 Geräte aus. Der Defekt äußert sich sofort nach dem Einschalten in einem leeren Display. Das Gerät reagiert auch nicht mehr auf Eingaben oder Fernsteuerbefehle. Die Reparatur eines Gerätes durch den Prema Messgeräteservice kostet typischerweise 50 EUR zuzüglich 250 EUR für die anschließend notwendige Kalibrierung.

2.6.2. Einfrieren des Displays

Nach längerem Betrieb ($>1\text{ Woche}$) friert die Anzeige des Gerätes ein. Eine manuelle Bedienung ist damit nicht mehr sinnvoll möglich. Der Messbetrieb sowie die Fernsteuerung über GPIB und RS-232 ist allerdings *nicht* beeinträchtigt. Nach Ein/Ausschalten bzw. kurzem Schalten in den Standby-Modus verhält sich das Gerät wieder normal.

2.6.3. Messfehler nach Netzspannungsstörung

Nach einer Störung der Netzspannung, z.B. durch einen kurzen Stromausfall, kann eine Störung des Messbetriebs auftreten (Abb. 10), die sich in einer Verschiebung der Messwerte kombiniert mit einem stark quantisierten überlagerten Störsignal äußert. Dieser Zustand kann nur durch Ein/Ausschalten des Gerätes zurückgesetzt werden, ein Schalten in den Standby-Modus wirkt hier nicht zuverlässig. Der Fehlerzustand ist am Display an einer starken Schwankung des Messwertes auf der vierten Dezimalstelle erkennbar. *Achtung: Diese Schwankung*

⁶National Semiconductor, LM199/LM299/LM399/LM3999 Precision Reference, December 1994

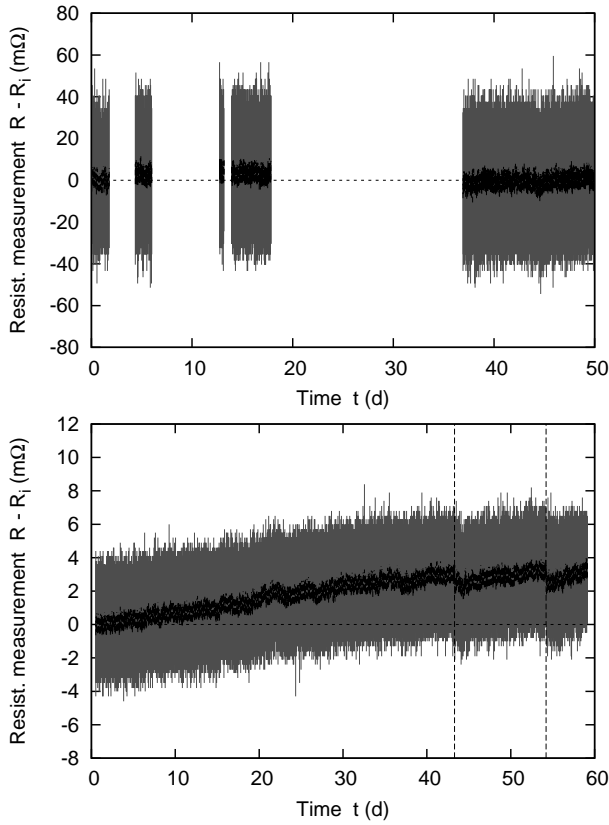


Abbildung 9: Langzeitstabilität der Widerstandsmessung am Referenzwiderstand Vishay SMR3D. Abweichung vom Anfangswert R_i (gemittelt über 20 h). Prema 11, Messbereich R3 (oben), Messbereich R2 (unten). Integrationszeit $T_{\text{int}} = 2$ s. Gleitender Mittelwert über 100 s. Die Skala entspricht auch einer relativen Abweichung in ppm. Im Messbereich R2 wurde zu den markierten Zeitpunkten die Umgebungstemperatur des Referenzwiderstands jeweils um 2°C erhöht.

ist nur bei ausgeschaltetem Filter (F0) sichtbar. Bei aktiviertem Filter wird die Schwankung unterdrückt, der Messwert entspricht dann dem verschobenen Mittelwert.

Die Verschiebung des Messwertes beträgt im Widerstandsmessbereich R3 etwa 4Ω . Dies entspricht einer Verringerung der berechneten Temperatur um etwa 1°C . Die Höhe der Verschiebung und das überlagerte Störsignal sind interessanterweise für alle Geräte identisch.

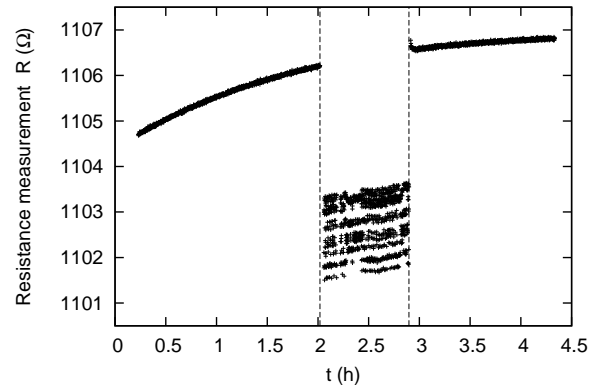


Abbildung 10: Ausschnitt einer Widerstandsmessung mit Prema Nr. 15 während eines Aufheizvorgangs, Messbereich R3, $T_{\text{int}} = 2$ s. An der markierten Stelle $t \approx 2$ h trat eine Störung in der Netzspannung auf. Bei $t \approx 3$ h wurde das Gerät neu eingeschaltet.

3. Messfehlerbetrachtung

3.1. Gerätefehler

Sei R der zu messende Widerstand, I_{ex} der Anregungsstrom bei Kalibrierung des Gerätes, δI_{ex} die Abweichung des Anregungsstroms vom Kalibrierwert. Die über dem Widerstand abfallende Spannung ist dann

$$U_R = R(I_{\text{ex}} + \delta I_{\text{ex}}). \quad (15)$$

Die vom Analog-Digitalwandler gemessene Spannung sei

$$U_m = U_R + \delta U_m, \quad (16)$$

wobei die Abweichung δU_m hier die Fehler der Verstärkung, der Wandlung und der Referenzspannung einschließt. Aus der gemessenen Spannung berechnet das Gerät dann den Widerstand

$$R_m = \frac{U_m}{I_{\text{ex}}} = R \left(1 + \frac{\delta I_{\text{ex}}}{I_{\text{ex}}} \right) + \frac{\delta U_m}{I_{\text{ex}}}. \quad (17)$$

Der Fehler der Widerstandsmessung ist damit⁷

$$\delta R_m = R_m - R = \frac{R \delta I_{\text{ex}} + \delta U_m}{I_{\text{ex}}}, \quad (18)$$

der relative Fehler

$$\frac{\delta R_m}{R} = \frac{R \delta I_{\text{ex}} + \delta U_m}{R I_{\text{ex}}} = \frac{\delta I_{\text{ex}}}{I_{\text{ex}}} + \frac{\delta U_m}{U_R} \quad (19)$$

und der Fehler der daraus ermittelten Temperatur

$$\delta T_m = \frac{1}{\alpha} \frac{\delta R}{R} = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\delta I_{\text{ex}}}{I_{\text{ex}}} + \frac{\delta U_m}{U_R} \right) \quad (20)$$

mit α nach Gl. (2). Die internen Gerätefehler gehen also mit $1/I_{\text{ex}}$ gewichtet in die Messung ein. Nicht berücksichtigt ist hierbei allerdings eine eventuell erhöhte Langzeitdrift der internen Referenzwiderstände bei höheren Stromstärken.

In den Widerstandsmessbereichen R2-R6 des Prema 5017 wird jeweils der Spannungsmessbereich 3 V verwendet, die Spannungsausteuern erfolgt durch Anpassung des verwendeten Anregungsstroms. Der Fehler der Spannungsmessung ist für diese Messbereiche daher identisch. Im kleinsten Messbereich R1 wird der Anregungsstrom nicht weiter erhöht, sondern stattdessen der Spannungsmessbereich auf 0.3 V verringert, was den Messfehler der Spannung leicht erhöht. In den Messbereichen R5-R6 ($> 3 \text{ M}\Omega$) ist weiterhin der Fehler durch den endlichen Eingangswiderstand des Geräts zu berücksichtigen.

Laut Spezifikation im Handbuch des Prema 5017 setzt sich der Gerätefehler der Widerstandsmessung für jeden Messbereich aus einem konstanten und einem zum Messwert proportionalen Teil zusammen:

$$\delta R_m = A R + B R_{\text{max}}, \quad (21)$$

⁷Für stochastische Fehler ersetze hier die einfache Addition durch eine geometrische Addition.

wobei R_{max} den Maximalwert des jeweiligen Messbereichs bezeichnet. Der Quantisierungsfehler der Anzeige ist mit $0.03 \text{ ppm} \times R_{\text{max}}$ deutlich kleiner als der Faktor B und kann daher vernachlässigt werden. Für die hier interessanten Messbereiche R2-R4 sind die Konstanten für die 24 h-Stabilität jeweils mit

$$A = 4 \text{ ppm} \quad (22)$$

$$B = 2 \text{ ppm} \quad (23)$$

angegeben. In diesen Messbereichen ist jeweils $R_{\text{max}} I_{\text{ex}} = U_{\text{max}} = 3 \text{ V}$. Ein Vergleich mit Gl. (18) zeigt, dass der Faktor B dem relativen Spannungsfehler bezogen auf die Vollausssteuerung entspricht, d. h. $B = \delta U_m / U_{\text{max}}$. (Vgl. auch den für Gleichspannungsmessung im 3 V-Messbereich angegebenen Fehler.) Der Faktor A kann entsprechend mit dem zu R proportionalen Teil von Gl. (18) identifiziert werden, ist also gleich dem relativen Fehler des Anregungsstroms:

$$\delta U_{m,2} = 6 \mu\text{V} \quad (24)$$

$$\frac{\delta I_{\text{ex},2}}{I_{\text{ex}}} = 4 \text{ ppm}. \quad (25)$$

Die Stabilitätsuntersuchung in Kap. 2 zeigt, dass die spezifizierten 24 h-Werte der maximalen Schwankung des Messwertes bei 2 s Integrationszeit entsprechen. Im temperaturstabilisierten Betrieb zeigt der über $T_{\text{int}} > 100 \text{ s}$ gemittelte Messwert eine um 1/6 verbesserte Stabilität. Unter der Annahme, dass der Faktor sich gleichmäßig auf Strom- und Spannungsfehler aufteilt ergibt sich für eine Integrationszeit von 100 s

$$\delta U_{m,100} = 1 \mu\text{V} \quad (26)$$

$$\frac{\delta I_{\text{ex},100}}{I_{\text{ex}}} = 0.7 \text{ ppm}. \quad (27)$$

Da das Gerät im temperaturstabilisierten Betrieb eine hohe Langzeitstabilität besitzt, können diese Werte auch für die absolute Abweichung des Messwertes nach einer Kalibrierung angenommen werden.

3.2. Widerstandsrauschen

Prinzipiell erzeugen alle Ohmschen Widerstände, also insbesondere auch Widerstandsthermometer, ein intrinsisches Rauschsignal. Dieses setzt sich aus zwei Komponenten zusammen: Dem thermischen Rauschsignal (*Johnson-Nyquist noise*) und dem Stromrauschen (*excess noise*) (Motchenbacher and Fitchen, 1973).

Das thermische Widerstandsrauschen entsteht durch die thermodynamische Bewegung der Ladungsträger im Leiter und besitzt eine konstante, von Größe und Art des Widerstands unabhängige spektrale Leistungsdichte. Die am Widerstand erzeugte Rauschspannung beträgt

$$U_n^{\text{th}} = \sqrt{4k_B T R \Delta f_{\text{eff}}}, \quad (28)$$

wobei T hier die absolute Temperatur und Δf_{eff} die effektive Bandbreite (d. h. die mittlere quadratische

Übertragungsfunktion) des Messsystems bezeichnen. Für eine Integration über t_{int} mit scharfen Integrationsgrenzen ist $\Delta f_{\text{eff}} = 2/t_{\text{int}}$.

Im Gegensatz zum thermischen Rauschen ist das Stromrauschen proportional zum mittleren Gleichspannungsabfall am Widerstand und besitzt eine $1/f$ -Frequenzcharakteristik. Stromrauschen wird unter anderem durch Streuung der bewegten Ladungsträger an Inhomogenitäten im Leitermaterial erzeugt und ist daher stark abhängig von Material und Bauform des Widerstands. Die Stärke des Stromrauschens wird von den Herstellern typischerweise als *noise index* N_I in $\mu\text{V}/\text{V}$ spezifiziert⁸, der die relative RMS-Rauschspannung am Widerstand pro Frequenzdekade angibt. Die im Frequenzbereich $f_1 \dots f_2$ gemessene Rauschspannung ist damit

$$U_n^{\text{xs}} = R I_{\text{ex}} N_I \sqrt{\log_{10} \left(\frac{f_2}{f_1} \right)}. \quad (29)$$

Typische noise indices liegen in der Größenordnung von $N_I = 0.01 \mu\text{V}/\text{V}$ für Dünnschichtwiderstände, für Drahtwiderstände noch eine Größenordnung darunter. Durch die $1/f$ -Charakteristik divergiert die spektrale Dichte des Stromrauschens für kleine Frequenzen, was einer Drift des Signals über die Zeit entspricht. Formal liefert die Integration der Rauschdichte ab $f = 0$ daher eine unendliche Rauschspannung. Ein pragmatischer Ansatz ist, die untere Grenzfrequenz $f_1 = 1/t_1$ entsprechend der Einschaltdauer bzw. des Kalibrieralters T_1 des Messgeräts zu wählen (Motchenbacher and Fitchen, 1973). Die obere Grenzfrequenz $f_2 = 2/t_{\text{int}}$ wird wieder durch die Integrationszeit der Messung bestimmt. Da die Wurzel des Logarithmus nur sehr langsam wächst, spielen die konkreten Wert für die Größenordnung der Rauschspannung keine wesentliche Rolle. Man vergleiche etwa: $t_1 = 1 \text{ Monat}, 1 \text{ Jahr}, 10 \text{ Jahre}, t_{\text{int}} = 2 \text{ s}$ $\Rightarrow \sqrt{\log_{10} \frac{2t_1}{t_2}} = 2.53, 2.74, 2.92$. Dieses Verhalten bewirkt allerdings gleichzeitig, dass sich das Stromrauschen durch längere Integrationszeiten nicht wesentlich reduzieren lässt.

Beachtet man, dass sich die statistischen Rauschgrößen U_n^{th} und U_n^{xs} quadratisch addieren und die Spitzenspannung eines Rauschsignals etwa einen Faktor 3 größer ist als dessen RMS, ergibt sich für den gesamten statistischen Fehler der Temperaturmessung durch Widerstandsrauschen

$$\delta T_n = 3 \frac{\sqrt{(U_n^{\text{th}})^2 + (U_n^{\text{xs}})^2}}{\alpha R I_{\text{ex}}} \quad (30)$$

$$= \frac{3}{\alpha} \sqrt{\frac{8k_B T}{R I_{\text{ex}}^2 t_{\text{int}}} + N_I^2 \log_{10} \left(\frac{2t_1}{t_{\text{int}}} \right)}. \quad (31)$$

⁸Das übliche Formelzeichen für den noise index ist NI . Um eine Verwechslung mit der Stromstärke I zu vermeiden verwende ich hier stattdessen N_I . Eine deutsche Bezeichnung für den noise index ist mir nicht bekannt. ‘Rauschindex’ scheint nicht verbreitet zu sein. Die ‘Rauschzahl’ (engl. *noise figure*) bezeichnet etwas anderes.

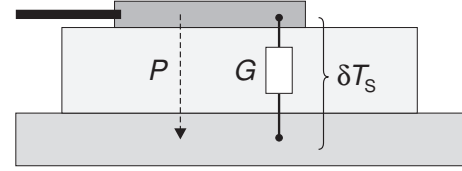


Abbildung 11: Selbsterwärmung eines Temperatursensors und elektrisches Modell. Die in der Widerstandsschicht in Wärme umgesetzte elektrische Leistung P fließt durch eine Schicht endlicher Wärmeleitfähigkeit und erzeugt dort Temperaturgradienten.

Die resultierenden Werte für einige Kombinationen aus Widerstandswert und Messstrom sind in Tab. 8 zusammengestellt. Die Fehler sind einige Größenordnungen kleiner als die Stabilität der Prema DMM und damit für die vorliegende Anwendung weitgehend vernachlässigbar. Das Widerstandsrauschen ist aber konzeptuell von Bedeutung, da es eine untere Schranke für die mit einem resistiven Sensor prinzipiell erreichbare Genauigkeit darstellt. Der Fehler δT_n ist im hier interessanten Frequenzbereich typischerweise vom Stromrauschen dominiert, das nach Gl. (30) einen von Widerstand und Messstrom unabhängigen Beitrag liefert. Eine Abhängigkeit versteckt sich allerdings im noise index, der mit zunehmendem Widerstandswert zunimmt, da gleichzeitig auch die Strukturgröße der Widerstandselemente im Vergleich zu der Körnigkeit des Materials abnimmt.

3.3. Selbsterwärmung

Bei der Temperaturmessung mit Widerstandssensoren muss die Eigenerwärmung des Sensors durch den prinzipiell immer vorhandenen Messstrom berücksichtigt werden. Der dadurch entstehende systematische Fehler wird häufig vernachlässigt, bestimmt aber bei niederohmigen Sensoren häufig die ohne Kalibrierung erreichbare Genauigkeit.

Vergleiche Abb. 11: Der während der Messung durch einen Sensor mit elektrischem Widerstand R fließende Strom I_{ex} erzeugt in diesem eine elektrische Verlustwärme $P = I_{\text{ex}}^2 R$. Da das eigentliche elektrische Sensormaterial meistens nicht in direktem thermischen Kontakt mit dem zu messenden Objekt steht, muss die erzeugte Wärme eine Strecke endlicher thermischer Leitfähigkeit G überwinden. Die vom Sensor gemessene Temperatur ist daher prinzipiell um

$$\delta T_s = \frac{I_{\text{ex}}^2 R}{G} \quad (32)$$

gegenüber der tatsächlichen Objekttemperatur erhöht. Im Datenblatt eines Sensors ist G (oder der zugehörige thermische Widerstand $R_{\text{th}} = 1/G$) üblicherweise als Selbsterwärmungsfaktor (self-heating) angegeben. Nach IEC 60751 wird dieser Wert in umgebendem Wasser, bzw. umgebender Luft gemessen. Dabei steht in beiden Fällen das Sensorgehäuse allseitig in direktem thermischen Kontakt mit dem Referenztemperatur-

bad. Typische spezifizierte Selbsterwärmungsfaktoren für Dünnschichtsensoren mit 5 mm^2 Auflagefläche sind $G \approx 5 \text{ mW/K}$ in Luft bzw. 50 mW/K in Wasser. Die für einen eingebauten Sensor tatsächlich zu berücksichtigende Selbsterwärmung hängt von der Bauart des Sensors, sowie von der Art des Einbaus ab. Für eingebaute Drahtwiderstandssensoren zylindrischer Bauform, die weitgehend vollständig mit dem Messobjekt in Kontakt stehen, kann die in Wasser bestimmte Selbsterwärmung angesetzt werden. Auf einen einseitig auf das Messobjekt aufgesetzten Dünnschichtsensor lassen sich die Selbsterwärmungsfaktoren in Wasser und Luft nicht direkt übertragen, da hier die Selbsterwärmung durch den Wärmefluss durch das Substrat bestimmt wird.

Die Selbsterwärmung von Dünnschichtsensoren kann somit verringert werden, wenn sie „kopfüber“ eingebaut werden, so dass die Widerstandsschicht in besserem thermischen Kontakt mit dem Messobjekt steht. In diesem Fall verändert sich durch die im Allgemeinen unterschiedlichen thermischen Ausdehnungen von Sensorschicht und Unterlage allerdings die Temperaturkennlinie des Sensors.

Der Fehler durch Selbsterwärmung kann durch Erniedrigung des Messstromes verringert werden. Allerdings verringert sich dadurch auch der Spannungsabfall $U = RI_{\text{ex}}$ am Sensor und damit im Allgemeinen die relative Genauigkeit des Messgerätes. Dies kann wiederum durch Erhöhung des Sensorwiderstandes ausgeglichen werden. Da δT_s quadratisch von I_{ex} abhängt, U jedoch nur linear, nimmt die Selbsterwärmung bei vorgegebenem Spannungsabfall U mit zunehmendem Sensorwiderstand ab:

$$\delta T_s = \frac{U^2}{RG}. \quad (33)$$

Zur Verringerung der Selbsterwärmung sind daher höhere Sensorwiderstände zu bevorzugen. (Industrielle Platin-Temperatursensoren sind serienmäßig allerdings meist nur bis $1 \text{ k}\Omega$ erhältlich.) Eine Abwägung des Fehlers durch Selbsterwärmung mit anderen Fehlerquellen, deren Einfluss mit steigendem Sensorwiderstand zunimmt wird in Abschnitt 3.7 vorgenommen.

Der Fehler durch Selbsterwärmung kann auch bei der Messung kompensiert werden. Dazu kann im eingebauten Zustand entweder der Temperaturhub δT_s durch Kalibrierung des Sensors auf eine bekannte Referenztemperatur bestimmt werden, oder der Selbsterwärmungsfaktor G aus Gl. (32) wird durch Variation des Messstroms bestimmt. Mit letzterer Methode wurde die Selbsterwärmung eines auf einem Al-Kühlkörper aufgeklebten PT100 vom Typ Heraeus FK 222 mit 5 mm^2 Auflagefläche bestimmt. Der Sensor befand sich dabei in einer mit Styroporflöcken gefüllten Box in einem auf $25 \pm 0.2^\circ \text{C}$ (Stabilität $\pm 50 \text{ mK}$) temperierten Experimentiersarg. Die maximale Änderungsrate der Kühlkörpertemperatur wird dadurch auf 10 mK/h begrenzt (vergl. dazu auch Kap. 4).

Die Widerstandsmessung erfolgte mit dem Prototy-

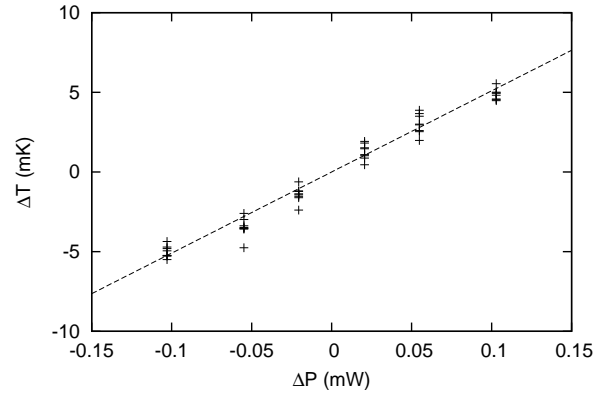


Abbildung 12: Messung der Selbsterwärmung an einem verbauten Platin-Temperatursensor, Typ Heraeus FK 222 durch Änderung der am Widerstand umgesetzten elektrischen Leistung $\Delta P = RI_{\text{ex}}$. Lineare Anpassung des Selbsterwärmungsfaktors $G = \Delta P / \Delta T$.

pen eines MBUG-2802 Thermometers. Dieses Gerät ist etwas ungenauer als das Prema 5017 DMM, erlaubt aber die Wahl verschiedener Mesströme. Zur Kompensation der Schwankung der Umgebungstemperatur wurde abwechselnd zwischen Mesströmen von 0.25 mA und 0.5 , 0.75 und 1 mA umgeschaltet und der dabei auftretende Temperatursprung ausgewertet, wobei die Messwerte zur Rauschunterdrückung vor und nach dem Umschalten jeweils über 100 s gemittelt wurden. Abb. 12 zeigt die beobachteten Temperatursprünge ΔT in Abhängigkeit von der Änderung der umgesetzten elektrischen Leistung $\Delta P = R \Delta I_{\text{ex}}$. Lineare Anpassung $\Delta T = \Delta P / G$ liefert einen Selbsterwärmungsfaktor von $G = 20 \pm 1 \text{ mW/K}$ der damit zwischen den spezifizierten Selbsterwärmungen in Luft bzw. Wasser liegt.

Die daraus resultierenden Fehler durch Selbsterwärmung in verschiedenen Messbereichen des Prema 5017 DMM sind in Tab. 9 aufgeführt.

3.4. Umgebungstemperatur

Ein auf der Oberfläche des Messobjekts aufgesetzter Sensor ist mit einer Seite der Umgebungstemperatur T_a ausgesetzt (Abb. 13). Unterscheidet sich diese von der Objekttemperatur so fließt wiederum ein Wärmestrom P zwischen Objekt und Umgebung durch den Sensor, welcher dessen Temperatur ändert. Die Unterscheid δT_a der gemessene Temperatur von der Objekttemperatur wird durch das Verhältnis der Wärmeleitfähigkeiten G und G_a zwischen Sensorelement und Messobjekt bzw. Umgebung bestimmt und ist proportional zum Unterschied der Objekttemperatur zur Umgebung

$$\delta T_a = \frac{G^{-1}}{G_a^{-1} + G^{-1}} (T_a - T) \approx \frac{G_a}{G_2} (T_a - T), \quad (34)$$

wobei die Näherung für $G_2 \gg G_1$ gültig ist.

Die Leitfähigkeit G zwischen Sensorschicht und Objekt entspricht dem in Kap. 3.3 diskutierten Selbsterwärmungsfaktor. Für einen Sensor vom Typ FK 222 mit

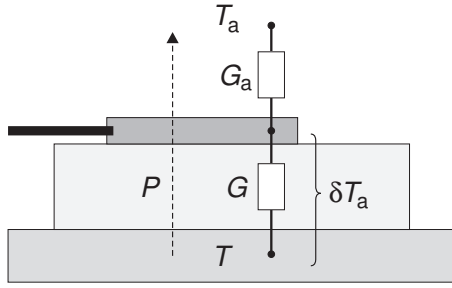


Abbildung 13: Fehler der Temperaturmessung durch thermische Kopplung des Sensors an die Umgebungstemperatur.

5 mm² Fläche wurde dieser zu $G = 20 \text{ mW/K}$ bestimmt. Bei einem offen der Umgebungsluft ausgesetzten Aufbau kann für den Wärmübergang zur Luft ein Übergangsfaktor pro Flächeneinheit von $G_a/A = 0.025 \frac{\text{mW}}{\text{mm}^2 \cdot \text{K}}$ angesetzt werden (Bentley, 1998a).⁹ In diesem Fall muß nach Gl. 34 mit einem Fehler der gemessenen Temperatur von $\delta T_a/(T_a - T) = 0.6\%$ gerechnet werden. Für Temperaturdifferenzen von $T_a - T \geq 5 \text{ K}$ liegt dies bereits in der Größenordnung der Genauigkeitsklasse AA. Der Sensor sollte daher in jedem Fall von der Umgebung isoliert werden. Eine 1 cm dicke Schicht aus Schaumstoff (Wärmeleitfähigkeit $\lambda = 0.04 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$) erniedrigt die Leitfähigkeit zur Umgebung auf $G_a/A = 0.004 \frac{\text{mW}}{\text{mm}^2 \cdot \text{K}}$ und den Temperaturfehler auf $\delta T_a/(T_a - T) = 0.1\%$. Für die aktuellen Konvektionsaufbauten spielt dieser Fehler keine wesentliche Rolle. Bei höheren Temperaturunterschieden müsste der Sensor jedoch noch besser von der Umgebung isoliert werden, oder besser noch, in das Messobjekt eingelassen werden, um die Grundgenauigkeit nicht zu verschlechtern.

Für die Konvektionszellen alter Bauart ist zu beachten, daß durch die thermische Aufbau die Umgebungstemperatur der Zellen stets derjenigen der Zelloberseite entspricht. δT_a entspricht hier also einem relativen Fehler der Temperaturdifferenz zwischen Zellober- und Unterseite.

3.5. Leitungswiderstände

Niederohmige Platin-Temperatursensoren müssen zur Widerstandsmessung prinzipiell in 4-Draht-Anordnung angeschlossen werden (Abb. 14). Dabei wird der Spannungsabfall über dem Widerstand über zwei Leitungen ohne wesentlichen Stromfluss (*Sense-Leitungen*) zum Messgerät zurückgeführt. Dies vermeidet einen systematischen Messfehler durch die Serienwiderstände R_l der Messleitungen.

Eine typische 0.14 mm²-Litze nach DIN VDE 0295 besitzt pro Meter einen Widerstand $R_l = 0.134 \Omega$. In derselben Größenordnung liegen auch die Kontaktwiderstände gebräuchlicher Steckverbinder. In Reihe mit einem Pt1000-Temperatursensor würde ein typisches Kabel von 2 m Länge daher einen Fehler $\delta T_l = R_l/(\alpha R_0) =$

⁹Vergl. auch DIN EN 6946.

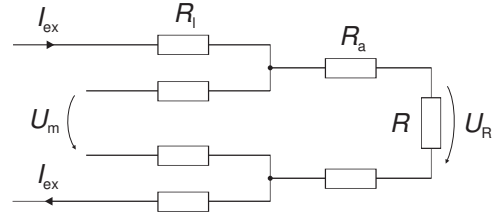


Abbildung 14: 4-Draht-Anordnung zur spannungsrichtigen Messung kleiner Widerstände.

0.14 K in der berechneten Temperatur erzeugen, bei Verwendung eines Pt100 bereits $\delta T_l = 1.4 \text{ K}$.

Während SRTD typischerweise 4 Anschlüsse besitzen, mit denen die 4-Draht-Anordnung bis zum eigentlichen Sensorwiderstand weitergeführt werden kann, haben preiswertere IRTD meist nur 2 Anschlussdrähte. Die Leitungen müssen also bereits einige Millimeter vor dem Sensorelement zusammengeführt werden, so dass der verbleibende Widerstand R_a der Anschlussleitungen noch in die Messung eingeht (Abb. 14):

$$\delta T_l = \frac{1}{\alpha} \frac{R_a}{R}. \quad (35)$$

Typische Anschlussdrähte von IRTD bestehen aus Nickel mit einem Durchmesser von etwa 0.2 mm. Sensoren für Niedertemperaturanwendungen sind häufig auch mit Anschlüssen aus Silber erhältlich. Eine Anschlusslänge von $2 \cdot 5 \text{ mm}$ erzeugt dann einen Serienwiderstand von $46 \text{ m}\Omega$ (Ni) bzw. $10 \text{ m}\Omega$ (Ag) und würde damit einen Temperaturfehler von 12 bzw. 2.6 mK für einen Pt1000 erzeugen, bei Verwendung eines Pt100 sogar entsprechend 120 bzw. 27 mK. Da dies bereits die Genauigkeitsspezifikation der Sensoren erreicht, wird vom Hersteller typischerweise eine definierte Anschlusslänge spezifiziert, auf welche sich die Kalibrierung bzw. der Nennwert bezieht. (Für den Typ Heraeus FK 222 sind dies z. B. 8 mm.) Da beim manuellen Anlöten eines Sensors diese Länge allerdings häufig nicht exakt eingehalten werden kann, verbleibt eine gewisse Unsicherheit der Anschlusslänge in der Größenordnung $\delta L_a = 2 \cdot 2 \text{ mm}$ und damit ein Widerstandsfehler $\Delta R_a = 9.2 \text{ m}\Omega$ (Ni) bzw. $2.0 \text{ m}\Omega$ (Ag). Der dann noch verbleibende Temperaturfehler ist $\delta T_l = 2.4 \text{ mK}$ (Ni) bzw. 0.53 mK (Ag) für einen Pt1000 und $\delta T_l = 24 \text{ mK}$ (Ni) bzw. 5.3 mK (Ag) für einen Pt100 und liegt nun deutlich unterhalb der Genauigkeit für IRTD der Klasse 1/10 B.

Der Fehler durch Anschlusswiderstände kann auch durch Kalibrierung des eingebauten Sensors auf eine bekannte Referenztemperatur T_{ref} kompensiert werden. Für $T \neq T_{\text{ref}}$ verbleibt dann noch ein Fehler durch die unterschiedliche Widerstandskennlinie der Materialien

$$\delta T'_a = \frac{\delta R_a}{R_0} \frac{\alpha' - \alpha}{\alpha} (T - T_{\text{ref}}). \quad (36)$$

Der lineare Temperaturkoeffizient für Nickel ist beispielsweise $\alpha' = 5.45 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ (Nicholas and White, 2001). Selbst für einen großzügigen Längenfehler von

$\delta L_a = 2 \cdot 5 \text{ mm}$ ist der verbleibende Temperaturfehler für einen Pt100 dann mit $\delta T'_a = 2.1 \times 10^{-4} (T - T_{\text{ref}})$ wiederum noch etwas kleiner als der entsprechende Fehler der Kennliniensteigung für Genauigkeitsklasse 1/10 B.

3.6. Thermospannungen

Beim Anschluss eines Sensorwiderstands an ein Messgerät entstehen zwangsläufig Kontaktstellen zwischen verschiedenen Leitermaterialien, die als Thermolemente wirken. In Abb. 15 sind die thermoelektrischen Potentiale (engl. *thermoelectric force* bzw. *thermal electromotive force, EMF*) entlang der Leitungen in einer Vierdrahtmessung als Spannungsquellen eingezeichnet.¹⁰ Die durch eine Temperaturdifferenz zwischen den entsprechenden Kontaktstellen erzeugte Spannung ist

$$\delta U_{\text{th}} = U_{\text{th}}^x - U_{\text{th}}^{x'} = \alpha_s \Delta T_{xx'}, \quad (37)$$

$x = a, b, c$, wobei der Seebeck-Koeffizient α_s von der Kombination der kontaktierten Leitermaterialien abhängt. Die gemessene Spannung ist

$$U_m = \left(I_{\text{ex}} + \frac{\delta U_{\text{th}}^a}{r_{\text{ex}}} \right) R + \delta U_{\text{th}}^{b,c}, \quad (38)$$

wobei r_{ex} der differentielle Innenwiderstand der Stromquelle I_{ex} ist. Der Fehler des daraus ermittelten Widerstandes ist dann

$$\delta R_{\text{th}} = \frac{U_m}{I_{\text{ex}}} - R = \frac{R}{r_{\text{ex}}} \frac{\delta U_{\text{th}}^a}{I_{\text{ex}}} + \frac{\delta U_{\text{th}}^{b,c}}{I_{\text{ex}}} \quad (39)$$

$$\frac{\delta R_{\text{th}}}{R} = \frac{R}{r_{\text{ex}}} \frac{\delta U_{\text{th}}^a}{U_R} + \frac{\delta U_{\text{th}}^{b,c}}{U_R}. \quad (40)$$

Bei Verwendung einer Stromquelle zur Erzeugung von I_{ex} ist der Einfluss der Thermospannungen in den Anreizungsleitungen also um den Faktor $R/r_{\text{ex}} \ll 1$ verringert und damit typischerweise vernachlässigbar. Der Fehler der aus dem Widerstand berechneten Temperatur ist schließlich

$$\delta T_{\text{th}} = \frac{1}{\alpha} \frac{\delta R_{\text{th}}}{R} = \frac{1}{\alpha} \frac{\delta U_{\text{th}}}{U_R}, \quad (41)$$

nimmt also mit steigendem Messstrom ab und steht damit in Konkurrenz zum Fehler durch Selbsterwärmung. Tab. 10 zeigt den von einer Thermospannung von $1 \mu\text{V}$ erzeugten Fehler in den Temperaturmesswerten für die verschiedenen Messbereiche des Prema 5017 DMM. Eine Abwägung der konkurrierenden Fehler wird in Kap. 3.7 vorgenommen.

Im Prinzip lassen sich die Thermospannungsfehler durch eine Offsetkompensation weitgehend vermeiden. Im Grenzfall wird dabei der Spannungsabfall am Widerstand abwechselnd mit und ohne angelegten Anregungsstrom gemessen und die Differenz zur Berechnung des

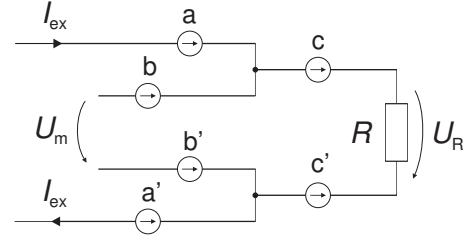


Abbildung 15: Thermospannungsquellen entlang der Leitungen einer Vierdrahtmessung.

Widerstandes verwendet. Eine langsam veränderliche Thermospannung geht somit nicht in die Messung ein, Änderungen auf der Zeitskala der Abtastrate sind als zusätzliches Rauschen sichtbar und werden durch die anschließende Mittelung unterdrückt, falls die Schwankung nicht zufällig synchron zur Abtastung ist. Leider unterstützt das Prema 5017 keine Offsetkorrektur während des Betriebs, sondern erfordert das manuelle Anstecken einer Kurzschlussbrücke. Eine Umgehungsmöglichkeit wäre eventuell, den Offset im Spannungsmodus zu messen und nach Gl. (39) mit der Widerstandsmessung zu verrechnen. Dieses Verfahren habe ich bisher allerdings noch nicht getestet. Leider verwendet das Gerät im Spannungsmodus nicht die Sense- sondern die I_{ex} -Anschlüsse, es müsste also vorausgesetzt werden, daß die Thermospannungsfehler in beiden Leitungspaaren identisch sind.

Seebeck-Koeffizienten zwischen Kupfer und einigen gebräuchlichen Leitermaterialien sind in Tab. 3 zusammengestellt. Die hohen Werte für Zinn und Kupferoxid legen nahe, dass Lötstellen und offene Kupferkontakte möglichst vermieden werden sollten. Der Einfluss solcher Kontakte ist allerdings auch nicht überzubewerten, da sich in dünnen, leitfähigen Schichten keine allzu hohen Temperaturdifferenzen aufbauen können. Die Größenordnungen der Seebeck-Koeffizienten zeigen jedoch, dass die resultierenden Messfehler im Bereich der Genauigkeit der Prema 5017 DMM liegen, und damit die Gesamt-Messgenauigkeit beeinflussen könnten.

Der tatsächliche Einfluss der Thermospannungen auf die Messung ist theoretisch nur schwer abzuschätzen, da neben der genauen Abfolge der Leitermaterialien, insbesondere der Steckkontakte, auch die Temperaturverteilung entlang der Leitungen zu berücksichtigen ist. Im idealen Fall, bei perfekt symmetrischer Leitungsführung, heben sich die Thermospannungen in den Leitungen exakt auf. Diese Symmetrie ist im realen Aufbau allerdings schwer sicherzustellen, da die Leitungen zwischen Messgerät und Sensor mehrere Temperaturzonen durchlaufen (Abb. 16).

Die Prema 5017 DMM besitzen als einzige Anschlussmöglichkeit Bananenbuchsen in der Gehäusewand (d). Als Stecker werden hier Büschelstecker (Hirschmann BUELA 30 K) verwendet, der Typ der in den Messgeräten verbauten Buchsen ist unbekannt. Bis zu den Konvektionszellen wird das Signal über 4-adrige, geschirmte

¹⁰An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass Thermospannungen entgegen eines verbreiteten Misskonzepts *nicht* an den Kontaktstellen entstehen, sondern durch die Temperaturgradienten in den Leitungen zwischen den Kontaktstellen. Siehe dazu z. B. Bentley (1998b).

Tabelle 3: Seebeck Koeffizienten von Kupfer gegen einige gebräuchliche Leitermaterialien bei Raumtemperatur (Stöcker, 2004; BIPM, 1997; Keithley, 2004).

	α_s ($\mu\text{V/K}$)
Cu - Ag	0.2
Cu - Au	0.5
Cu - Zn	-0.5
Cu - CuBe*	0.9
Cu - PhBz*	3.2
Cu - Sn	3.3
Cu - Me*	-3.5
Cu - Pt	7.5
Cu - Fe	-11
Cu - Ni	23
Cu - Si	-440
Cu - CuO	1000

*CuBe: Kupfer-Beryllium Legierung

PhBz: Phosphorbronze

Me: Messing

Steuerleitungen mit PVC Mantel geführt, jeweils zweimal unterbrochen durch Diodensteckverbinder mit verschraubbarem Metallgehäuse (Rundsteckverbinder Typ Lumberg KV 50, bzw. SV 50 (f)). Der Peltiergekühlte Konvektionsaufbau besitzt einen gemeinsamen 30-poligen D-Sub-Steckverbinder für alle Signal- und Steuerleitungen, der mit der Trägerplatte verschraubt ist (g). Im wassergekühlten Aufbau sind alle Leitungen ohne weitere Stecker über Kabelpeitschen herausgeführt. Vom letzten Stecker bis zu den Konvektionszellen sind die Signale über einzelne isolierte Kupferlitzen oder Kupferlackdrähte geführt, da die geschirmten Leitungen hier zu dick und unflexibel sind. Zum Anschluss der Sensoren werden schließlich 4-polige Abschnitte von Präzisions-Sockelstreifen oder Buchsenleisten verwendet, die direkt auf die Konvektionszellen geklebt sind (k). Verwendete Typen sind hier unter anderem Sockelstreifen vom Typ MPE-Garry MS B-LT 42 und Fischer Elektronik MK 201, sowie Buchsenleisten Typ MPE-Garry BL 10.

Um die Empfindlichkeit der verschiedenen Kontakte bezüglich Thermospannungen zu prüfen, werden die Steckverbinder gezielt auf Temperaturen zwischen Raumtemperatur und 150°C aufgeheizt und die dabei auftretenden Thermospannungen mit einem Prema DMM gemessen. Zum Vergleich werden auch Kontaktstellen zwischen verschiedenen Kabeltypen unterschiedlicher Hersteller untersucht. Die getesteten Kontakte sind in Abb. 17 zusammengestellt. Zum Aufheizen werden die Verbindungen lokal mit einer Laborheizplatte kontaktiert, und zwar jeweils symmetrisch (Markierung S) bzw. quer zum Leitungsverlauf (Markierung A). Die Temperatur der Kontaktstellen wird dabei jeweils mit einem Voltcraft 300K Thermometer ($\pm 1\text{ K}$) registriert. Um weiterhin die Einwirkung einer Temperaturfluktuation zu simulieren, wird der Kontakt von verschiedenen

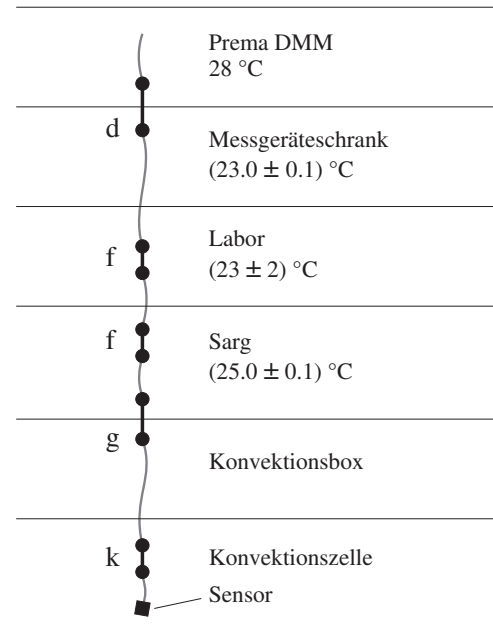


Abbildung 16: Schematischer Verlauf der Messleitungen vom Messgerät zum Sensor. Die Nummerierung der Kontaktstellen entspricht Abb. 17 bzw. Tab. 4.

Richtungen abwechselnd mit warmer und kalter Luft angeblasen (geföhnt). Die so gewonnenen Werte lassen natürlich nur sehr begrenzte Rückschlüsse auf die Seebeckkoeffizienten der Kontaktmaterialien zu, da die genaue Temperaturverteilung in den Steckern nicht bekannt ist. Sie sollten aber eine vernünftige Abschätzung der Einflusses der Kontakte unter realen Bedingungen liefern. Die beobachteten Thermospannungen sind in Tab. 4 zusammengestellt. Angegeben ist für symmetrische und asymmetrische Beheizung jeweils die mittlere stationäre Spannung dividiert durch die Temperaturdifferenz zur Umgebung, bzw. das Verhältnis von maximalem Spannungs/Temperatursprung bei Beföhnung. Der Fehler setzt sich zusammen aus der Kurzzeitstabilität von $\pm 0.5\mu\text{V}$ des DMM und der mittleren Streuung zwischen verschiedenen Durchgängen.

An den Lötkontakten zwischen verschiedenen Kabeltypen und den Diodensteckern ist selbst bei brutaler Erhitzung auf 200°C und anschließender Kühlung mit Ethanol kein wesentlicher thermoelektrischer Effekt nachzuweisen. Der Einfluss der Labortemperatur auf die Messleitungen kann daher mit gutem Gewissen vernachlässigt werden.

Die D-Sub-Stecker an der Peltier-gekühlten Konvektionsbox sind der direkten Temperaturdifferenz zwischen Trägerplatte und Umgebung ausgesetzt. Diese kann einige Kelvin betragen, da die Trägerplatte die Wärme der Peltierelemente abführen muss. Bei einer angenommenen Temperaturdifferenz von 5 K ist nach Tab. 4 im ungünstigsten Fall mit einem Temperaturfehler sowie einer Schwankung von etwa 1 mK zu rechnen, was bereits in der Größenordnung der absoluten Messgenauigkeit und insbesondere der Genauigkeit kalibrierter Tempe-

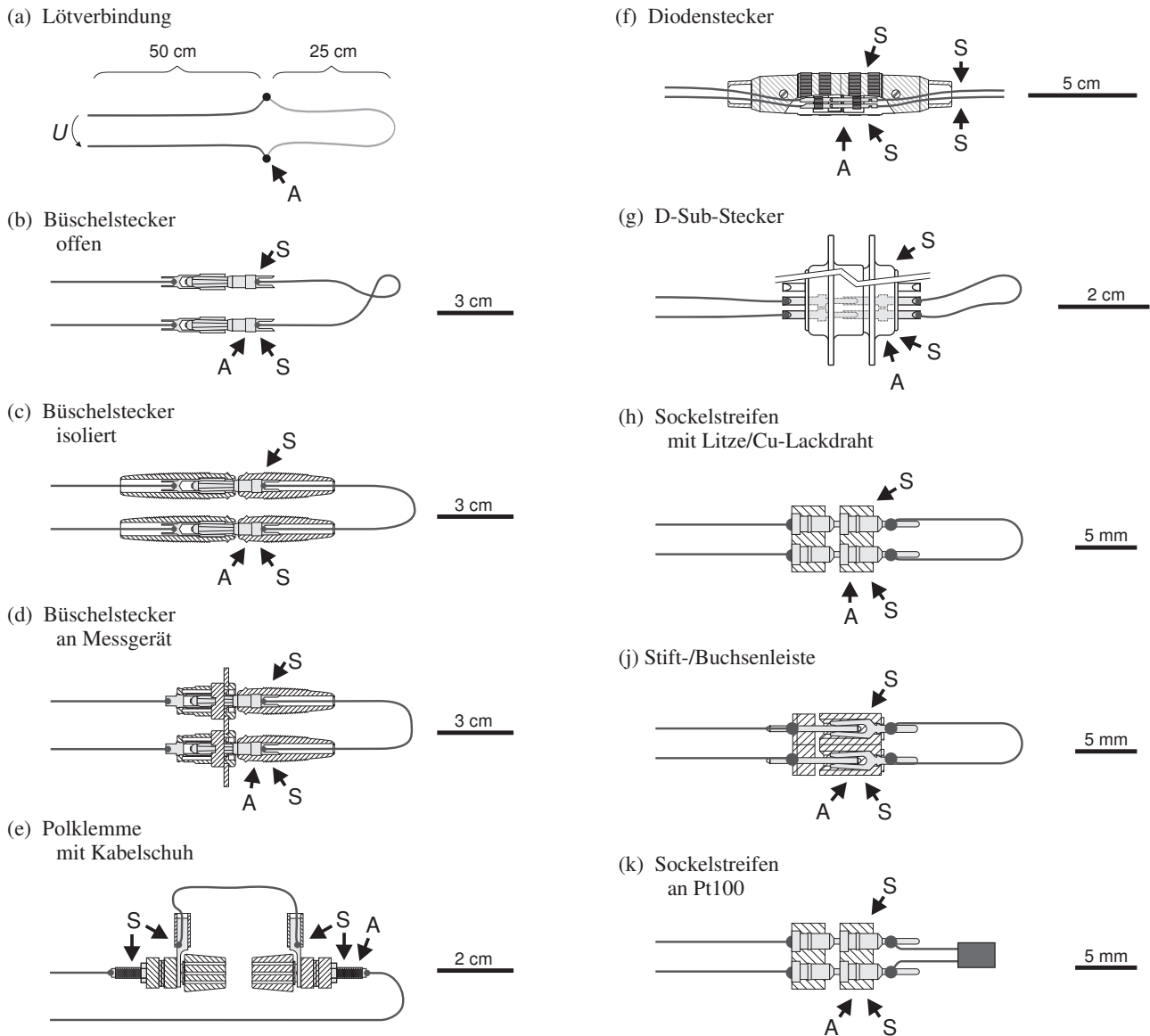


Abbildung 17: Auf Thermospannungen getestete Steckkontakte (Tab. 4). A: Asymmetrische Heizung, S: Symmetrische Heizung. Kabelverbindungen nicht maßstabsgetreu.

raturdifferenzen liegt (vergl. Kap. 4 unten). Die offen liegenden Metallflächen des Steckers sollten daher zusätzlich thermisch isoliert werden, um einen Wärmefluss durch die Kontakte zu vermeiden.

Einen zunächst überraschend starken thermoelektrischen Effekt zeigen die untersuchten Bananenstecker und Polklemmen, die in messtechnischen Anwendungen aufgrund ihres sehr geringen Kontaktwiderstandes beliebt sind. Ein Blick ins Datenblatt der Hersteller zeigt, dass der Schaft von Büschestecker und Polklemmen aus vernickeltem Messing bestehen, was die Größenordnung des Koeffizienten erklärt (vergl. Tab. 3). Die hohe Thermospannung der Bananenstecker ist insbesondere unangenehm, da diese Steckverbindungen am Gehäuse der Messgeräte zwangsläufig einem starkem Temperaturgefälle zur Umgebung ausgesetzt sind. Die Steckkontakte tragen daher möglicherweise zu der in Kap. 2.4 untersuchten Temperaturstabilität der Messge-

räte bei. Ein Temperaturgefälle von 5 K zur Umgebung ergibt hier bei symmetrischer Heizung eine Fehlerspannung von $\delta V_{th} = 0.2 \mu V$, was nach Gl. (41) im ungünstigsten Fall einem Temperaturfehler von $\delta T_{th} = 5 mK$ entspricht und damit gegenüber der ermittelten Messgenauigkeit vernachlässigbar ist. Außerdem ist im existierenden Aufbau die Umgebungstemperatur der Geräte auf $\pm 0.1 K$ stabil, der statische Fehler durch Thermospannungen in den Steckern sollte daher bereits durch die Offsetkorrektur kompensiert sein. Die Belüftung im Messgeräteschrank könnte allerdings zu einer zeitlichen Schwankung des Wärmeflusses durch die Stecker führen. Tatsächlich ist beim Anblasen der Stecker mit Raumluft ein Sprung des Messwertes um $0.4 \pm 0.1 \mu V$ beobachtbar, was einer Schwankung des Temperaturmesswertes um $\delta T_{th} = 1 mK$ entspricht. Der Effekt könnte also für einen Teil des niederfrequenten Rauschens verantwortlich sein.

Die beiden getesteten Sockelstreifen unterscheiden

Tabelle 4: Gemessene Thermospannungen für verschiedene Steckkontakte. Vgl. Abb. 17

Kontakt	$\Delta U/\Delta T$ ($\mu\text{V/K}$)		
	(A)symmetrisch	(S)ymmetrisch	Geföhnt
(a) Lötverbindung, (versch. Kabeltypen)	$<0.01 \pm 0.01$	$<0.01 \pm 0.01$	$<0.01 \pm 0.01$
Bananenstecker			
(b) offen	0.68 ± 0.05	0.18 ± 0.02	0.4 ± 0.1
(c) isoliert	0.63 ± 0.02	0.03 ± 0.01	0.05 ± 0.03
(d) in Messgerät	0.33 ± 0.02	0.04 ± 0.01	0.08 ± 0.04
(e) Polklemme mit Kabelschuh	0.7 ± 0.1	0.04 ± 0.01	0.06 ± 0.05
(f) Diodenstecker (geschirmte/offene Kabel)	$<0.01 \pm 0.005$	$<0.01 \pm 0.005$	$<0.05 \pm 0.01$
(g) D-Sub-Stecker (offen/geschlossen)	0.09 ± 0.02	0.02 ± 0.01	0.09 ± 0.03
(h) Sockelstreifen			
MPE-Garry	0.50 ± 0.03	0.06 ± 0.02	0.06 ± 0.03
Fischer	0.15 ± 0.02	0.02 ± 0.01	–
(j) Stift-/Buchsenleiste (MPE-Garry)	0.30 ± 0.02	0.04 ± 0.02	–
(k) Sockelstreifen mit Pt100	3.98 ± 0.15	0.28 ± 0.06	–

sich um einen Faktor 3 in der beobachteten Thermospannung, die der Buchsenleiste liegt etwa dazwischen. Der Unterschied kann wiederum durch das Material erklärt werden. Die Hülzen der Sockelstreifen und Buchsenleisten von MPE-Garry bestehen aus verzinnemtem Messing, die Federkontakte aus einer Beryllium-Kupfer-Legierung (BeCu). Die Hülzen der Sockelstreifen von Fischer Elektronik bestehen dagegen aus einer Kupfer-Zink-Legierung, die Kontaktfedern ebenfalls aus BeCu. Als weiteres Material für Kontaktfedern ist auch Phosphorbronze verbreitet, die nach Tab. 3 noch einmal einen deutlich höheren Seebeck-Koeffizienten besitzt. Für niedrige Thermospannungen sollten also Cu/BeCu-Typen verwendet werden, wobei der Unterschied im Vergleich zur Thermospannung des angelöteten Pt100-Sensors allerdings keine wesentliche Rolle spielt. Die hohe Thermospannung dieses Kontakts ergibt sich aus dem Übergang zu den Nickel-Anschlussdrähten des verwendeten Sensors (Heraeus FK 222). Anschlussdrähte aus Silber wären hier wiederum zu bevorzugen (vergl. auch Kap. 3.5). Der Übergang zur Platinschicht, der ebenfalls einen relativ hohen Seebeck-Koeffizienten besitzt, lässt sich allerdings nicht vermeiden.

In der Kupferplatte einer wassergekühlten Konvektionszelle alter Bauart beträgt der Temperaturgradient etwa 1/100 des Gradienten in der Flüssigkeitsschicht, der Abstand der Steckkontakte entspricht mit 2.5 mm etwa der Zellhöhe. Im ungünstigsten Fall, wenn die Kontakte längs des Wärmeflusses durch die Platte angeordnet sind, ergibt sich daraus nach Anwendung von Gl. (41)

ein vernachlässigbarer Fehler von $\delta T_{\text{th}}/\Delta T = 0.01\%$, wobei ΔT die Temperaturdifferenz über der Flüssigkeitsschicht in der Konvektionszelle bezeichnet. Einen stärkeren Einfluss hat ein Wärmefluss durch den Stecker von der Kupferplatte zur umgebenden Luft, die hier die Temperatur der Zelloberseite hat. Wenn zusammengehörende Steckerpaare stets nebeneinander angeordnet sind kann hier der Koeffizient für symmetrische Heizung angenommen werden, und es ergibt sich $\delta T_{\text{th}}/\Delta T = 0.1\%$. Falls die Steckerpaare ungünstigerweise übereinander liegen, so verzehnfacht sich dieser Wert noch einmal. Zur Sicherheit sollten Sensoren und Stecker daher nach außen hin stets thermisch isoliert werden.

3.7. Gesamtfehler

Der Gesamtfehler der Temperaturmessung an einem unkalibrierten Sensor

$$\begin{aligned}
\delta T &= \delta T_{\text{m}} + \delta T_{\text{th}} + \delta T_{\text{s}} + \delta T_{\text{a}} + \delta T_{\text{n}} \\
&= \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\delta I_{\text{ex}}}{I_{\text{ex}}} + \frac{\delta U_{\text{m}}}{RI_{\text{ex}}} \right) + \frac{1}{\alpha} \frac{\delta U_{\text{th}}}{RI_{\text{ex}}} \\
&\quad + \frac{R}{G} I_{\text{ex}}^2 + \frac{1}{\alpha} \frac{\delta R_{\text{a}}}{R} \\
&\quad + \frac{3}{\alpha} \sqrt{\frac{8k_{\text{B}}T}{RI_{\text{ex}}^2 t_{\text{int}}}} + N_{\text{I}}^2 \log_{10} \left(\frac{2t_1}{t_{\text{int}}} \right)
\end{aligned} \tag{42}$$

setzt sich aus den diskutierten Fehlereinflüssen (Gerätefehler, Thermospannungen, Selbsterwärmung, Leitungswiderstände, Widerstandsrauschen) zusammen. δT_{m} und δT_{n} beschreiben statistische Fehler, werden hier

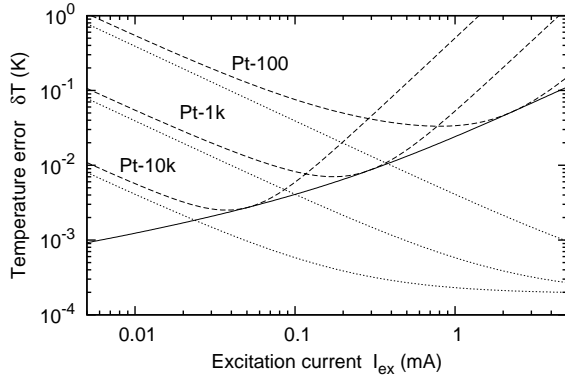


Abbildung 18: Gesamtfehler der Temperaturmessung mit Platin-Widerstandssensoren:

- - - unkalibriert
- unkalibriert bei optimalem Sensorwiderstand
- ... nach Kalibrierung

aber der Einfachheit halber nicht direkt anstatt quadratisch summiert.

Zur Abschätzung des vorliegenden Gesamtfehlers verwenden wir typische Werte für Selbsterwärmungsfaktor $G = 20 \text{ mW/K}$, Leitungswiderstandsfehler $\delta R_a = 9 \text{ m}\Omega$, Thermospannungsfehler $U_{th} = 1 \mu\text{V}$ sowie die Gerätefehler für ein kalibriertes Prema 5017 DMM mit 100s Integrationszeit nach Gl. (26), $\delta U_m = 1 \mu\text{V}$, $\delta I_{ex}/I_{ex} = 0.7 \text{ ppm}$, und einen typischen noise index $N_I = 0.01 \mu\text{V/V}$ für den Temperatursensor.

δT_m und δT_{th} nehmen mit zunehmendem Anregungsstrom I_{ex} indirekt proportional ab, die Selbsterwärmung δT_s nimmt dagegen quadratisch mit I_{ex} zu. Für einen festen Widerstandswert existiert daher ein optimaler Anregungsstrom I_{ex}^{opt} , bei dem der Gesamtfehler minimal wird. Vernachlässigt man den kleinen Fehler durch Widerstandsrauschen δT_n , lässt sich die optimale Stromstärke aus Gl. (42) ermitteln:

$$I_{ex}^{opt} = \left(\frac{G}{2\alpha} \frac{\delta U_m + \delta U_{th}}{R^2} \right)^{1/3} \quad (43)$$

Ebenso existiert für einen festen Anregungsstrom ein optimaler Widerstandswert:

$$R_0^{opt} = \left[\frac{G}{\alpha I_{ex}^2} \left(\frac{\delta U_m + \delta U_{th}}{I_{ex}} + \delta R_a \right) \right]^{1/2} \quad (44)$$

Der minimale Gesamtfehler bei optimaler Widerstandswahl ist ebenfalls in Abb. 18 eingezeichnet. Ein Optimum von Gl. (42) bei freier Wahl von Widerstandswert und Stromstärke existiert nicht, der minimale Gesamtfehler bei optimalem Anregungsstroms nimmt mit steigendem Widerstand streng monoton ab.

Die Messfehler für Sensoren verschiedener Nennwiderstände bei variablem Anregungsstrom I_{ex} sind in Abb. 18 dargestellt. Die ermittelten optimalen Stromstärken sowie die Gesamtfehler in den verschiedenen Messbereichen des Prema 5017 sind in Tab. 11 zusammengestellt. Die gewählte Kombination eines Pt1000

im Messbereich R3 ($I_{ex} = 0.1 \text{ mA}$) liefert einen Gesamtfehler von $\delta T = 8 \text{ mK}$. Da der Anregungsstrom in diesem Messbereich fast optimal ist, entspricht dies etwa dem minimal erreichbaren Fehler für einen Pt1000. Die Genauigkeit genügt auch für einen IRTD mit Genauigkeitsklasse 1/10 B. Dagegen ist die im Optimalfall für einen Pt100 errechnete Genauigkeit mit $\delta T = 34 \text{ mK}$ deutlich schlechter und genügt nur für Sensoren bis Genauigkeitsklasse AA.

Der Gesamtfehler wird für abnehmende Widerstände und steigende Stromstärken beschränkt durch die Selbsterwärmung δT_s und den Fehler des Anschlusswiderstandes δT_a . Wie beschrieben können diese Fehler durch Kalibrierung des Sensors im eingebauten Zustand weitgehend kompensiert werden. Eine Kalibrierung kompensiert ebenfalls eine stationäre Thermospannung, sofern die Umgebungstemperaturverhältnisse konstant sind. Nach den Untersuchungen in Kap. 3.6 ist allerdings noch mit einer Schwankung in der Größenordnung $\delta U_{th} = 0.5 \mu\text{V}$ zu rechnen. Der verbleibende Gesamt-Temperaturfehler eines kalibrierten Sensors ist dann

$$\begin{aligned} \delta T &= \delta T_m + \delta T_{th} + \delta T_n \\ &= \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\delta I_{ex}}{I_{ex}} + \frac{\delta U_m + \delta U_{th}}{R I_{ex}} \right) \\ &\quad + 3 \sqrt{\frac{8k_B T}{R I_{ex}^2 t_{int}} + N_I^2 \log_{10} \left(\frac{2 t_1}{t_{int}} \right)} \end{aligned} \quad (45)$$

und wird hauptsächlich noch durch den Messfehler des DMM bestimmt. Ein Optimum existiert hier nicht mehr, der Fehler ist etwa konstant für einen konstanten Spannungsabfall $U_R = R I_{ex}$ am Widerstand, und nimmt mit zunehmender Stromstärke nur unwesentlich ab. Die verbleibenden Fehler sind mit in Tab. 11 und Abb. 18 eingetragen.

In obiger Diskussion zeigen sich höhere Sensorwiderstandswerte bei der Gesamtmessgenauigkeit als überlegen. Es sei aber darauf hingewiesen, dass hier ausschließlich Messfehler und Einflüsse des Aufbaus berücksichtigt sind, nicht aber die Genauigkeit und Stabilität des eigentlichen Sensorelements. Tatsächlich bestehen Platin-Widerstandsthermometer hoher Qualität aus relativ dicken, frei aufgehängten Drähten mit Widerständen von nur wenigen Ohm. Dadurch wird einerseits das Verhältnis von Oberfläche und Volumen des Widerstandsmaterials klein gehalten, um den Einfluss von chemischen Reaktionen und der Diffusion von Fremdstoffen in das Material möglichst gering zu halten. Zudem zeigen massive Metalldrähte nur sehr geringes Stromrauschen. Wegen des geringen Widerstands müssen diese Sensoren allerdings zwingend mit 4-Draht-Anschlüssen ausgestattet sein und können nur mit bekannter Selbsterwärmung sinnvoll eingesetzt werden.

4. Temperaturdifferenzmessung

Für Konvektionsexperimente müssen Temperaturdifferenzen zwischen Ober- und Unterseite einer Flüssigkeitsschicht gemessen werden. Die Genauigkeit der Temperaturdifferenz ist dabei deutlich wichtiger als die Genauigkeit der absoluten Temperaturen.

4.1. Beliebige Widerstandsthermometer

Für die Differenz der berechneten Temperatur von zwei beliebigen IRTD muss im schlimmsten Fall der doppelte Fehler der entsprechenden Genauigkeitsklasse nach Tab. 5 angenommen werden. Für zwei Sensoren der Klasse AA bedeutet dies bereits einen Fehler von mindestens 0.2 K. Es ist allerdings zu erwarten, dass die Abweichungen zwischen zwei Sensoren aus derselben Produktionslinie untereinander deutlich kleiner als die spezifizierte absolute Genauigkeit sind.

Die Genauigkeit der Temperaturdifferenz kann durch Kalibrierung des Widerstandsverhältnisses bei einer passenden Referenztemperatur deutlich verbessert werden: Sei

$$\frac{R_A(T_1)}{R_B(T_1)} =: 1 + k_{AB} \quad (46)$$

das Verhältnis der Sensorwiderstände A und B bei der Arbeitstemperatur T_1 . Dieser Faktor wird nun zur Kalibrierung von Sensor B auf Sensor A verwendet:

$$R_B^{\text{cal}} := (1 + k_{AB}) R_B \quad (47)$$

D. h. bei der Temperatur T_1 ist nach Kalibrierung $R_B^{\text{cal}} = R_A$. Für davon abweichende Temperaturen ergibt sich mit der linearisierten Widerstandskennlinie (Gl. 2) für den Fehler des kalibrierten Widerstandsverhältnisses im ungünstigsten Fall

$$\delta \left(\frac{R_B^{\text{cal}}}{R_A} - 1 \right) < 2R_0 \delta a |T - T_1|. \quad (48)$$

Der Fehler der daraus berechneten Temperaturdifferenz ist dann

$$\delta \Delta T^{\text{cal}} = \delta(T_B^{\text{cal}} - T_A) < 2 \frac{\delta a}{a} (T - T_1) \quad (49)$$

$$\frac{\delta \Delta T^{\text{cal}}}{\Delta T^{\text{cal}}} < 2 \frac{\delta a}{a}, \quad (50)$$

wobei $\delta a/a$ für die entsprechende Genauigkeitsklasse des Sensors aus Tab. 5 zu entnehmen ist. Der relative Fehler der Temperaturdifferenz ist damit also konstant. Für Sensoren der Klasse A und besser ist er bereits kleiner als 1%.

Die Kalibrierung kann noch verbessert werden, wenn das Widerstandsverhältnis der Sensoren A und B bei mindestens 2 Temperaturen im verwendeten Arbeitsbereich gemessen und der Verlauf linear angepasst wird:

$$\frac{R_A}{R_B} =: 1 + k_{AB}^0 + k_{AB}^1 R_B. \quad (51)$$

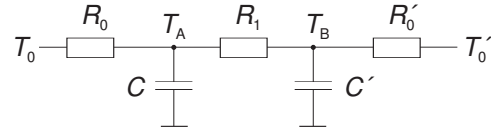


Abbildung 19: Elektrisches Ersatzschaltbild der thermischen Situation während der Kalibrierung eines Temperatursensorpaares. T_A , T_B : Sensortemperaturen, T_0 : Umgebungstemperatur.

Die Kalibrierung von Sensor B auf Sensor A erfolgt dann durch

$$R_B^{\text{cal}} := R_B (1 + k_{AB}^0 + k_{AB}^1 R_B). \quad (52)$$

Bei Kalibrierung der Temperaturdifferenz kann übrigens auf eine vorherige Kalibrierung der DDM nach Kap. 2.3 verzichtet werden, sofern die Sensoren immer an denselben Messgeräten betrieben werden. Die Mehrpunkt-Kalibrierung nach Gl. (51-52) deckt die Kalibrierung des Messgerätes bereits mit ab, und bei 1-Punkt-Kalibrierung nach Gl. (46-47) fällt der zusätzliche Offset-Fehler gegenüber $2 \delta a/a$ typischerweise nicht ins Gewicht.

Die Kalibrierung des Widerstandsverhältnisses muss an den bereits eingebauten Sensoren erfolgen, da sich die Widerstandskennlinie durch den Einbau ändern kann (vergl. Kap. 1.1). Zur Kalibrierung müssen die Sensoren auf gleiche Temperatur gebracht werden. Abb. 19 zeigt die thermische Situation während der Kalibrierung. Die thermische Kopplung der beiden Sensoren ist hier repräsentiert durch den Wärmewiderstand R_1 , die thermische Kopplung zur Umgebungstemperatur T_0 durch R_0 . Ein Wärmefluss durch R_1 , etwa aufgrund einer Asymmetrie des Aufbaus oder eines Gradienten in der Umgebungstemperatur muss unbedingt vermieden werden, da dieser eine Temperaturdifferenz zwischen den Sensortemperaturen T_A und T_B erzeugt. Eine einfache Möglichkeit ist, die thermische Kopplung zur Umgebung schwach gegen die Kopplung der Sensoren zu machen (d.h. $R_1 \ll R_0$), etwa indem der gesamte Aufbau während der Kalibrierung ausreichend dick gegen die Umgebung isoliert wird. Der Nachteil dieser Methode ist, dass dadurch auch die thermische Zeitkonstante $\tau = R_0 C$ stark erhöht wird, mit der sich die Sensortemperatur der Umgebung angleicht.

4.2. Kalibrierte Sensorpaare

→ Tab. 15.

4.2.1. Peltier-Halterung

Abb. 20 zeigt den Aufbau der Peltier-getriebenen Zellenhalterung mit einer eingebauten Zelle alter Bauform (AZ). In die unteren Stützbacken der Halterung sind bündig zur Oberfläche Dünnschichtsensoren eingeklebt. Die verwendeten Sensoren stammen aus Beständen der

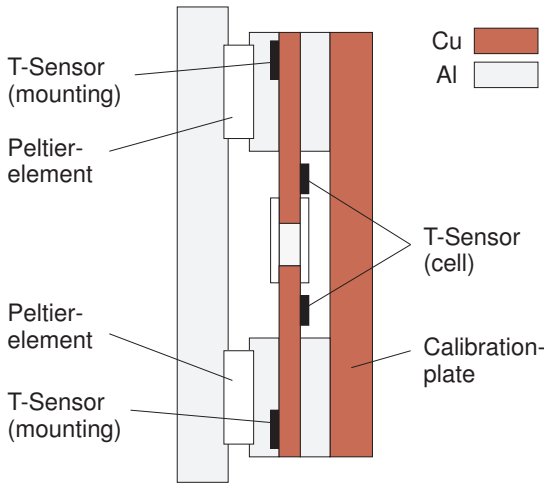


Abbildung 20: Schematischer Aufbau der Peltier-Halterung mit eingebauter Zelle und zusätzlicher Kupferplatte zur Kalibrierung (nicht maßstabsgetreu).

Elektronikwerkstatt, Hersteller und Typ sind leider unbekannt. Die dargestellte Konvektionszelle besitzt außerdem zusätzlich noch eigene Sensoren nahe des Konvektionskanals. Da Ober- und Unterseite des Aufbaus auch mit eingebauter Zelle nur über den Konvektionskanal und die Glasabdeckungen verbunden sind, wird zur Kalibrierung eine zusätzliche Kupferplatte eingeschraubt, um den thermischen Kontakt zwischen den Sensoren zu erhöhen. Während der Kalibrierung befindet sich der Aufbau in einer mit Styroporflocken gefüllten Box innerhalb eines der temperaturgeregelten Experimentiersärge.

Die Sargtemperatur wird jeweils für 24 Stunden auf verschiedene Werte zwischen 23 und 32 °C eingestellt. Abschließend wird die Temperatur für ca. eine Woche auf 23 °C gehalten. Die aus den unkalibrierten Widerstandsmesswerten berechnete Temperaturdifferenz der Sensoren ist in Abb. 22 dargestellt. Der Versatz zwischen den Sensoren beträgt maximal etwa 35 mK bei 23 °C, und nimmt zunehmender Temperatur ab. Zu Beginn der Messung ist eine Relaxation über einige Tage sichtbar, der Endwert bei 23 °C bleibt jedoch über den beobachteten Zeitraum stabil. Die Ursache der anfänglichen Relaxation ist nicht geklärt. Denkbar wären etwa mechanische Ausgleichsverformungen zwischen Sensor und Auflagefläche oder zwischen den verschiedenen Materialien der Halterung selbst. Wird bei der Berechnung der Temperaturdifferenz die Kalibrierung der Messgeräte gemäß Kap. 2.3 verwendet, sinkt der maximale Versatz der Temperaturdifferenz auf etwa 20 mK. Eine 1-Punkt Kalibrierung des Widerstandsverhältnisses auf 23 °C nach Gl. (46) liefert einen Kalibrierfaktor $k = 1.11504 \times 10^{-4}$, mit einer maximalen Abweichung der Temperaturdifferenz von $\delta\Delta T < 25$ mK, bzw. einer relativen Abweichung $\delta\Delta T/\Delta T < 0.4\%$, was knapp über dem nach Gl. (49) abgeschätzten Maximalwert für die Genauigkeitsklasse AA liegt. Die verbleibende

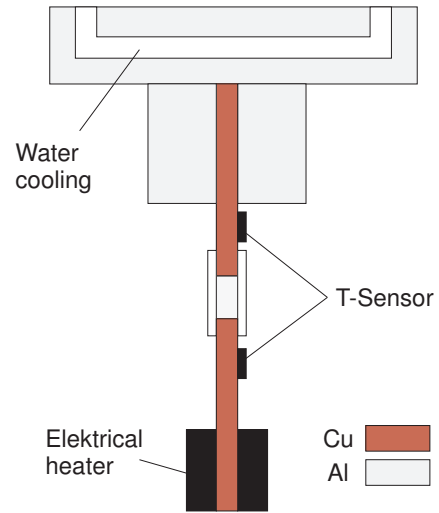


Abbildung 21: Schematische Ansicht einer Konvektionszelle alter Bauart in der alten, wassergekühlten Zellenhalterung (nicht maßstabsgetreu).

Abweichung kann mit einer linearen Kalibrierung nach Gl. (51) auf $\delta\Delta T/\Delta T < 0.02\%$, maximal $\delta\Delta T < 2$ mK reduziert werden (siehe Tab. 15). Die lineare Anpassung des Widerstandsverhältnisses über die Temperatur (Gl. 51) ist in Abb. 22 zu sehen. Die anfängliche Relaxation wird bei der Anpassung nicht berücksichtigt. Der lineare Verlauf des Widerstandsverhältnisses auch zwischen den stationären Temperaturen zeigt, daß die Sensoren aufgrund der guten Kopplung durch die Kalibrierplatte stets im thermischen Gleichgewicht sind.

4.2.2. Zelle CK-4 in Peltier-Halterung

Abb. 23 zeigt die Temperaturkalibrierung von Zelle CK-4, eingebaut in der Peltier-Halterung bei Umgebungstemperatur 23 bzw. 28 °C. Wie in 4.2.1 ist zu Beginn eine leichte Relaxation sichtbar. Auffällig ist der äußerst geringe Temperaturgang des Versatzes. Eine 1-Punkt Kalibrierung liefert bereits eine maximale Abweichung $\delta\Delta T < 2$ mK. Auf eine Mehrpunkt-Kalibrierung kann daher verzichtet werden.

4.2.3. Zelle CK-1

Im älteren, wassergekühlten Konvektionsaufbau (Abb. 21) ist eine thermische Überbrückung des Konvektionskanals leider nicht möglich. Die Zellen in diesem Aufbau besitzen daher ein deutlich ungünstigeres (d. h. größeres) Verhältnis von R_1/R_0 . Zudem ist die Wärmekapazität der Oberseite durch die Aluminiumhalterung um ein Vielfaches größer als die der Unterseite $C \gg C'$. Während des thermisches Angleichs an die Außentemperatur ist daher ein Wärmestrom durch R_1 zu erwarten, welcher zu einer erheblichen Temperaturdifferenz zwischen den Sensoren führt.

Abb. 24 zeigt die aus den unkalibrierten Widerstandsmesswerten berechnete Temperaturdifferenz während der Kalibrierung. Nicht gezeigt sind die Abschnitte wäh-

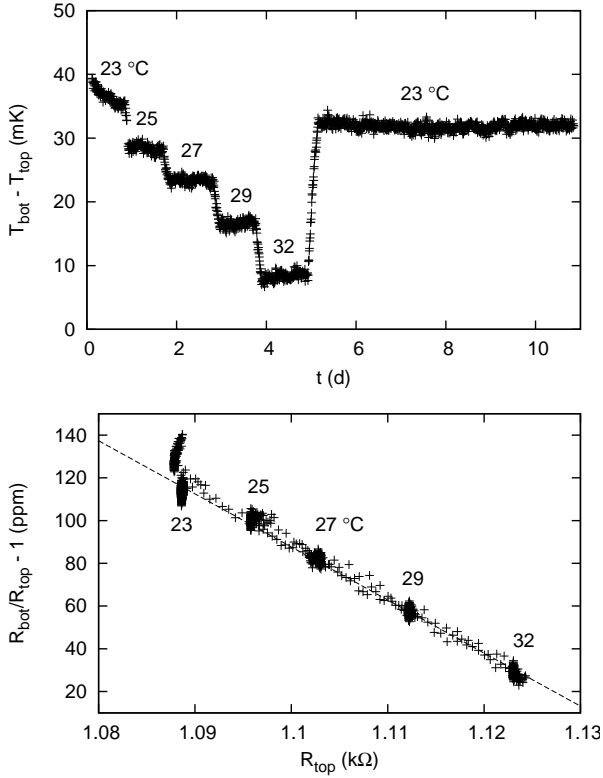


Abbildung 22: Sensorkalibrierung der Peltier-Halterung (12.12.2012). Unkalibrierte Temperaturdifferenz (oben) bzw. Widerstandsverhältnis der Temperatursensoren bei verschiedenen Umgebungstemperaturen und Kalibrierkurve nach Gl. 51 (unten). Widerstandsmessung im Messbereich R3, Integrationszeit $T_{\text{int}} = 2$ s mit anschließender Mittelung über 500 s.

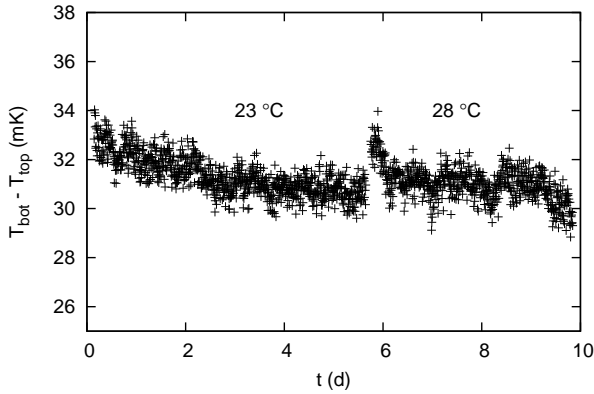


Abbildung 23: Sensorkalibrierung Zelle CK-4 in Peltier-Halterung (23.03.2012): Unkalibrierte Temperaturdifferenz.

rend der thermischen Relaxation nach Änderung der Umgebungstemperatur. Zusätzlich ist jedoch noch eine Relaxation auf einer langsameren Zeitskala von mehreren Tagen zu erkennen, welche die Temperatursprünge überlagert. Auf eine Mehrpunkt-Kalibrierung wird daher verzichtet. Die 1-Punkt-Kalibrierung über den gesamten Temperaturbereich liefert eine maximale Abweichung

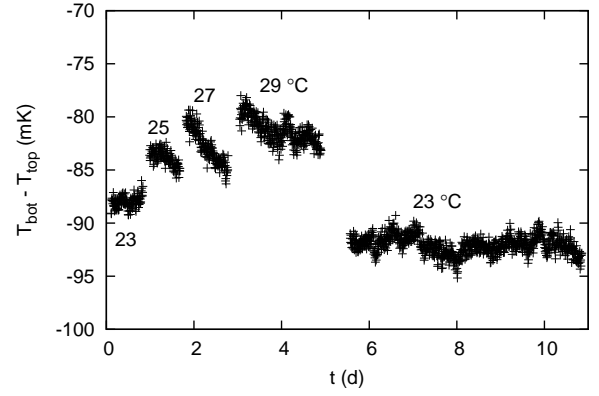


Abbildung 24: Sensorkalibrierung Zelle CK-1 in der wassergekühlten Halterung (12.12.2012). Unkalibrierte Temperaturdifferenz. Nicht gezeigt sind die thermischen Relaxationen nach Änderung der Umgebungstemperatur.

von 10 mK (Tab. 15).

4.2.4. Zelle CK-2

Die Kalibrierung von Zelle CK-2 in der wassergekühlten Halterung (Abb. 25) zeigt nach Umschalten der Umgebungstemperatur von 23 auf 28 °C eine deutliche Drift in derselben Größenordnung wie Zelle CK-1 zu Beginn von Abb. 24. Eine Relaxation ist im beobachteten Zeitraum nicht erkennbar. Eine 2-Punkt Kalibrierung mit den verfügbaren Daten (ohne Berücksichtigung der Relaxationsabschnitte) liefert eine maximale Abweichung $\delta\Delta T < 4$ mK (Tab. 15).

4.2.5. Zelle CK-3

Zelle CK-3 (wassergekühlter Aufbau) besitzt dieselben Temperatursensor-Typen wie Zelle CK-2, zeigt im unkalibrierten Zustand jedoch deutlich geringere Abweichung und Temperaturgang (Abb. 26). Eine Drift ist ebenfalls nicht erkennbar. Eine 2-Punkt Kalibrierung ohne Berücksichtigung der Relaxationsabschnitte liefert eine maximale Abweichung $\delta\Delta T < 2$ mK (Tab. 15).

4.3. Gepaarte Widerstandsthermometer

Die Firma *Delta-R*¹¹ liefert auf Anfrage gepaarte Sensoren mit identischem Temperaturkoeffizienten zum Preis von 60 EUR je Paar. Es sind zwei solcher Paare vorhanden. Der spezifizierter Widerstandswert entspricht einer Genauigkeit von 1/10 B, die mittleren linearen Temperaturkoeffizienten im Bereich 0...100 °C stimmen besser als 300 ppm untereinander und mit dem Normwert nach Gl. (2) überein. Die Gleichlaufeigenschaften bei Raumtemperatur habe ich allerdings noch nicht näher untersucht.

¹¹Delta-R GmbH, Lembacher Str. 16., D-68229 Mannheim, www.delta-r.de

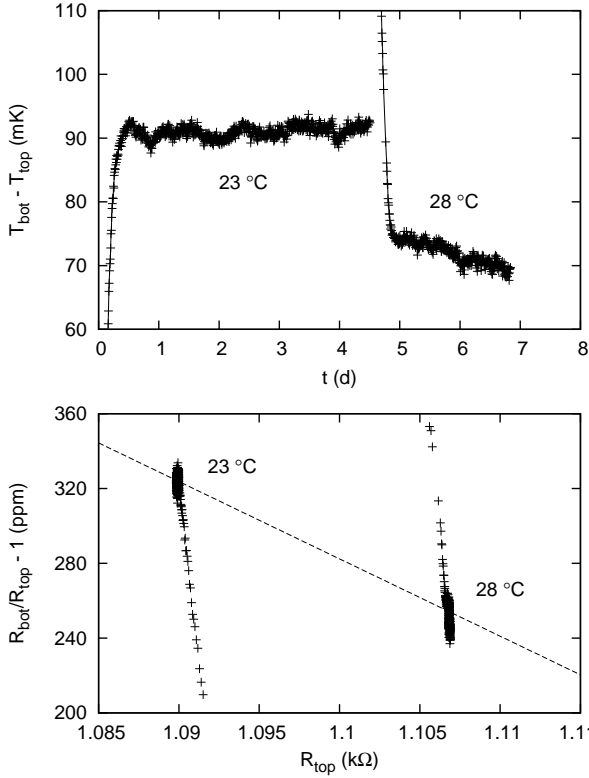


Abbildung 25: Sensorkalibrierung Zelle CK-2 in der wassergekühlten Halterung (25.05.2012). Unkalibrierte Temperaturdifferenz, Widerstandsverhältnis der Temperatursensoren bei verschiedenen Umgebungstemperaturen und Kalibrierkurve nach Gl. 51 (unten). Widerstandsmessung im Messbereich R3, Integrationszeit $T_{\text{int}} = 2$ s mit anschließender Mittelung über 500 s.

4.4. Thermoelemente

Thermoelemente besitzen bei Raumtemperatur deutlich schlechtere absolute Genauigkeitsspezifikationen und schlechtere Langzeitstabilität als Platin-Widerstandsthermometer. Der nach IEC 584 genaueste Typ T besitzt im Temperaturbereich $T = [-40 \dots 125]^\circ\text{C}$ eine absolute Genauigkeit von $\delta T = \pm 0.5^\circ\text{C} + 0.004|T|$ (Toleranzklasse 1). Für die Messung kleiner Temperaturdifferenzen kann aufgrund des Messprinzips eine deutlich bessere Genauigkeit erwartet werden, dies wird aber von den Herstellern leider nicht spezifiziert. Bönsch et al. (1991) berichten von Temperaturdifferenzmessungen mit Genauigkeiten < 1 mK nach Kalibrierung.

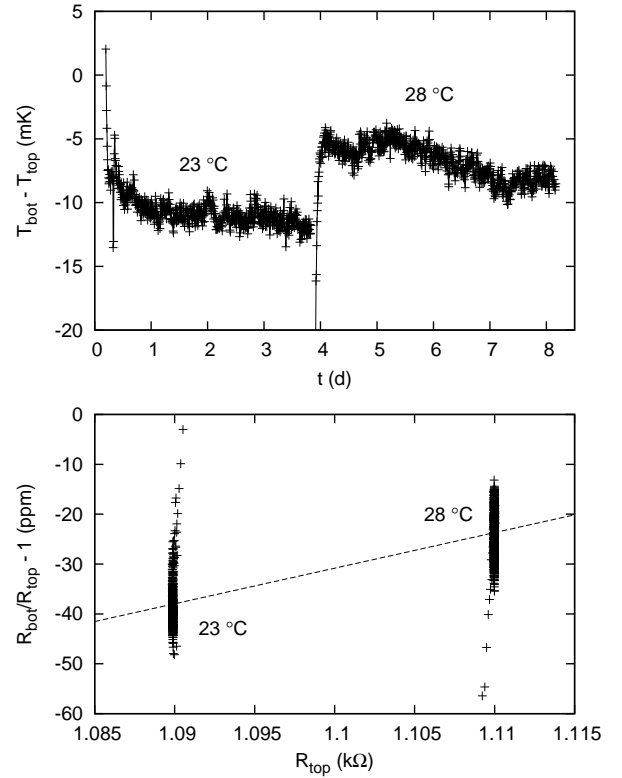


Abbildung 26: Sensorkalibrierung Zelle CK-3 in der wassergekühlten Halterung (25.05.2012). Unkalibrierte Temperaturdifferenz (oben), Widerstandsverhältnis der Temperatursensoren bei verschiedenen Umgebungstemperaturen und Kalibrierkurve nach Gl. 51 (unten). Widerstandsmessung im Messbereich R3, Integrationszeit $T_{\text{int}} = 2$ s mit anschließender Mittelung über 500 s.

Literatur

- Bentley, R. E. (Ed.) (1998a). *Handbook of Temperature Measurement: Temperature and Humidity Measurement* (3rd ed.). Springer.
- Bentley, R. E. (Ed.) (1998b). *Handbook of Temperature Measurement: Theory and Practice of Thermoelectric Thermometry* (3rd ed.). Springer.
- BIPM (1997, July). *Techniques for approxiamting the international temperature scale of 1990*. Bureau international des poids et mesures.
- Bönsch, G., H.-J. Schuster, and R. Schödel (1991). Hochgenaue Temperaturmessung mit Thermoelementen. *Technisches Messen* 68, 550–557.
- Callendar, H. L. (1887). On the practical measurement of temperature: Experiments made at the Cavendish laboratory, Cambridge. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* 178, 161–230.
- Keithley (2004). *Low Level Measurements Handbook* (6th ed.). Keithley Instruments Inc.
- Motchenbacher, C. D. and F. C. Fitchen (1973). *Low-Noise Electronic Design*. Wiley.
- Nicholas, J. V. and D. R. White (2001). *Traceable Temperatures* (2nd ed.). Wiley.
- Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery (2007). *Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing* (3rd ed.). Cambridge University Press.
- Preston-Thomas, H. (1990). The international temperature scale of 1990 (ITS-90). *Metrologia* 27, 3–10. Online-Version unter <http://www.its-90.com>.
- Stimson, H. F. (1949). The international temperature scale of 1948. *J. Res. Natl. Bur. Stand. (U.S.)* 42, 209–217.
- Stöcker, H. (2004). *Taschenbuch der Physik* (5th ed.). Harri Deutsch.
- VanDusen, M. S. (1925). Platinum-resistance thermometry at low temperatures. *J. Am. Chem. Soc.* 47, 326–332.

Tabelle 5: Genauigkeitsklassen für Platin-Widerstandsthermometer nach IEC 60751. Entsprechende Fehler der Parameter $R_{0,a}$.

Klasse	Max. Abw. δT (°C)	$\frac{\delta R_0}{R_0}$	$\frac{\delta a}{a}$	Gültigkeitsbereich (°C)	
				Drahtwiderstände	Schichtwiderstände
C	$\pm(0.6 + 0.01 T)$	0.23 %	1 %	−196 ... +600	−50 ... +600
B	$\pm(0.3 + 0.005 T)$	0.12 %	0.5 %	−196 ... +600	−50 ... +600
A	$\pm(0.15 + 0.002 T)$	0.06 %	0.2 %	−100 ... +450	−30 ... +300
AA (1/3 B)	$\pm(0.1 + 0.0017 T)$	0.04 %	0.12 %	−50 ... +250	0 ... +150
1/10 B*	$\pm(0.03 + 0.0005 T)$	0.012 %	0.05 %		

*Nicht in IEC 60751 enthalten, wird aber von vielen Herstellern angeboten.

Tabelle 6: Spezifizierte Messgenauigkeiten Prema 5017 DMM für Widerstandsmessungen an 1 k Ω im Messbereich R2 (3 k Ω), R3 (30 k Ω) und R4 (300 k Ω)

	\propto Anzeige (ppm)		\propto Max. Anz. (ppm)	1 k Ω , R2 (m Ω) (mK)		1 k Ω , R3 (m Ω) (mK)		1 k Ω , R4 (m Ω) (mK)	
Auflösung			0.03	0.1	0.026	1	0.26	10	2.6
Stabilität (24 h)	4	+	2	10	3	60	16	600	160
Fehler (1 Jahr)	30	+	4	40	10	150	40	1200	300
Temp. koef. (K ^{−1})	2	+	2	10	3	60	16	600	160

Tabelle 7: Prema 5017 DMM, Widerstandsmessung $R = 1$ k Ω . Ermittelte absolute Genauigkeit der Widerstandsmessung für alle vorhandenen Prema 5017 DMM über 3 Jahre (vergl. Kap. 2.3), Stabilität eines einzelnen Prema 5017 DMM (Gerät 11) über 40 Tage. (vergl. Kap. 2.5 & 2.4). Die Werte für die absolute Stabilität in m Ω entsprechen auch der relativen Stabilität in ppm.

	R2 (m Ω) (mK)		R3 (m Ω) (mK)	
Absolute Genauigkeit (3 Jahre)	160	40	200	50
Rauschen Max./RMS @ $T_{\text{int}} = 2$ s	6/1.1	1.5/0.3	60/12	16/3
Rauschen Max./RMS @ $T_{\text{int}} = 100$ s	0.8/0.2	0.2/0.05	10/2.7	2.6/0.7
Drift (Jahr ^{−1})	n/a	n/a	<5	<1.2
Temp. koef. (K ^{−1}) @ 25°C	2.3	0.60	14	4

Tabelle 8: Widerstandsrauschen und resultierender Fehler der Temperaturmessung in verschiedenen Widerstandsmessbereichen bei Raumtemperatur ($T = 295$ K).

Sensor	Messbereich (k Ω)	Messstrom I_{ex} (mA)	U_{n}^{th} (nV)	$U_{\text{n}}^{\text{xs}}/U_{\text{R}}$ (ppm)	δT_{n} (mK)
Pt100	300 (R1)	1	0.18	0.0024	0.019
Pt100	3 (R2)	1	0.18	0.0024	0.019
Pt100	3 (R3)	0.1	0.18	0.00024	0.023
Pt1000	3 (R2)	1	0.57	0.024	0.019
Pt1000	30 (R3)	0.1	0.57	0.0024	0.019
Pt1000	300 (R4)	0.01	0.57	0.00024	0.048

Tabelle 9: Selbsterwärmung von Platin-Temperatursensoren in verschiedenen Widerstands-Messbereichen nach Gl. (32), $G = 20 \text{ mW/K}$.

Sensor	Messbereich (k Ω)	Messstrom I_{ex} (mA)	Verlustleistung (mW)	Selbsterwärmung δT_s (mK)
Pt100	300 (R1)	1	0.1	5
Pt100	3 (R2)	1	0.1	5
Pt100	3 (R3)	0.1	0.001	0.05
Pt1000	3 (R2)	1	1	50
Pt1000	30 (R3)	0.1	0.01	0.5
Pt1000	300 (R4)	0.01	0.0001	0.005

Tabelle 10: Systematischer Fehler der Temperaturmessung durch Thermospannungen in verschiedenen Widerstands-Messbereichen nach Gln. (39,41) für $\delta U_{\text{th}} = 1 \mu\text{V}$.

Sensor	Messbereich (k Ω)	Messstrom I_{ex} (mA)	U_R (V)	$\delta R_{\text{th}}/R$ (ppm)	δT_{th} (mK)
Pt100	300 (R1)	1	0.1	10	2.6
Pt100	3 (R2)	1	0.1	10	2.6
Pt100	30 (R3)	0.1	0.01	100	26
Pt1000	3 (R2)	1	1	1	0.26
Pt1000	30 (R3)	0.1	0.1	10	2.6
Pt1000	300 (R4)	0.01	0.01	100	26

Tabelle 11: Gesamtfehler der Temperaturmessung mit Platin-Temperatursensoren in verschiedenen Messbereichen bzw. bei optimaler Wahl des Messstroms.

Sensor	Messbereich (k Ω)	Messstrom I_{ex} (mA)	Temperaturfehler δT (mK)	
			unkalibriert	kalibriert
Pt100	3 (R2)	1	34	3.3
Pt100	30 (R3)	0.1	76	31
Pt100	300 (R4)	0.01	540	300
Pt100	optimal	0.80	34	–
Pt1000	3 (R2)	1	53	0.58
Pt1000	30 (R3)	0.1	8	3.3
Pt1000	300 (R4)	0.01	55	31
Pt1000	optimal	0.17	7	–

Tabelle 12: Verwendete Messgeräte

Gerät Nr.	Typ	Seriennr.	Kalibrieralter (Monate)
11	Prema 5017	10631	24
12		10133	Unbekannt
13		11178	37
14		11130	Unbekannt
15		11182	37
16		11188	37
K	Agilent 35510A	11186	11
AG		45002906	Unbekannt
KE		1388366	3

Tabelle 13: Referenzwiderstände

Typ	Seriennr.	Kalib. alter (Monate)	Nennwert (Ω)	Kalib. wert (Ω)	Genauigk. (ppm)	Langz. stab. (ppm)	Temp. stab. (ppm/K)
Burster 1407	212666	132	1k 1.1k	1.000106(10)k 1.100107(10)k	200	200	<10
Vishay SMR3D	—	—	1k	—	100/200*	50	<2/<0.8**
Vishay Z201	F001357215	—	1k	—	50	20	<0.2
Vishay Z201	F001356576	—	100	—	50	20	<0.2
Vishay VHA512Z	—	—	1k	—	10	2	<0.2
Vishay VHA512Z	—	—	100	—	50	2	<0.2

*nach Lötvorgang, $T > 175^\circ\text{C}$.** $T = 0.50^\circ\text{C}$.**Tabelle 14:** Referenzwiderstandsmessungen Vishay SM3RD (1 k Ω), Burster 1407 (1 k Ω , 1.1 k Ω), Messbereiche R2, R3. Lineare Kalibrierung der Messgeräte auf Gerät K nach Gl. (12, Messbereich R3.)

Gerät Nr.	Burster 1407			Vishay SM3RD		Kalibrierkonstanten (R3)	
	1 k Ω , R2 (k Ω)	1.1 k Ω , R2 (k Ω)	1.1 k Ω , R3 (k Ω)	1 k Ω , R2 (k Ω)	1 k Ω , R3 (k Ω)	k_0 (Ω)	k_1
11	1.000048317		1.10005961	0.999848497	0.99986693	-0.04323284	0.999973860
12	1.000119330		1.10012016	0.999914704	0.99990501	0.14287859	0.999749649
13	0.999995153		1.09995163	0.999795928	0.99976209	0.03027209	1.000005200
14	1.000117186		1.10005534	0.999917246	0.99985761	0.01647876	0.999923461
15	1.000057929		1.10009605	0.999858305	0.99990268	-0.07209608	0.999966974
16	1.000047636		1.09999386	0.999848183	0.99980382	-0.00646856	1.000000210
K	0.999999505	1.099987622	1.10003469	0.999797561	0.99983246	0.08652506	0.999878556
AG	1.000060302			0.999857747			
KE	1.000065785			0.999868977			

Tabelle 15: Kalibrierte Temperatursensorpaare

	Peltier-Halterung 12.12.2011	Zelle CK-1 12.12.2011	Zelle CK-2 25.05.2012	Zelle CK-3 15.07.2012	Zelle CK-4 23.03.2012
Sensortyp	Unbek. Typ 10 \times 2 mm	Heraeus M-FK 222	IST P1K0.520.6W.Y.010		
Angep. Sensor (Messgerät)	T_{top} (13)	T_{top} (15)	T_{top} (16) *	T_{top} (15)	T_{top} (13)
Ref. Sensor (Messgerät)	T_{bot} (14)	T_{bot} (16)	T_{bot} (15)	T_{bot} (16)	T_{bot} (14)
Temperaturbereich ($^\circ\text{C}$)	23 – 32	23 – 29	23 – 28	23 – 28	23 – 28
Ohne Temperaturkalib.					
Messgerät unkalibriert $\delta\Delta T$ (mK)	35	100	100	15	35
kalibriert $\delta\Delta T$ (mK)	20	70	70	25	7
1-Punkt Temperaturkalib.					
T_{ref} ($^\circ\text{C}$)	25	<23 – 29>	23	23	23
k (10^{-4})	1.00504	-3.12177	-3.23901	-0.397539	1.09860
$(\delta\Delta T)_{\text{max}}$ (mK)	25	10	20	10	2
$\delta\Delta T/\Delta T$	0.4 %	0.2 %	0.4 %	0.2 %	0.04 %
Mehrpunkt Temperaturkalib.					
k^0 (10^{-3})	2.81995		4.82986	-0.815548	
k^1 ($10^{-6}/\Omega$)	-2.45389		-4.13408	0.713382	
$(\delta\Delta T)_{\text{max}}$ (mK)	2		4	3	
$\delta\Delta T/\Delta T$	0.02 %		0.08 %	0.06 %	

* Achtung! Entspricht nicht der Standardbelegung.